

الاسم :
الرقم :

ميكانيكا - قلاويين
جامعة الرياض - ميكانيكا
ميكانيكا (1)

جامعة الرياض
مكتب العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن F, E فضاءين متجهيين، يملكان القاعدتين $f = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ و $e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4)$ ، ولتكن أيضاً $f^* = (\vec{f}_1^*, \vec{f}_2^*, \vec{f}_3^*)$ و $e^* = (\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*, \vec{e}_4^*)$ القاعدتين الثابنتين، في الفضاءين F^*, E^* .

لنضع : $\alpha = \vec{f}_1 + 2\vec{f}_2 + 3\vec{f}_3$ ، $\beta = \vec{f}_1 - \vec{f}_2$ المطلوب :

1. اعط قاعدة للفضاء $F \cup F$ ،
2. اعط قاعدة للفضاء $E \otimes F$ ،
3. كم عدد أبعاد الفضاء $E \wedge E$ ،
4. احسب الجداء التقلصي β, α ،
5. احسب $\beta \otimes \beta$ ،
6. حدد الفضاء $F \wedge F$ ،
7. هل العبارة α, β معرفة .

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في جملة إحداثية عطالية متعامدة ونظامية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير القوة $\vec{F} = y\vec{i} + x\vec{j}$ ، وتخضع للتقيدين المثلاليين : $x = \cos z$ ، $y = \sin z$. المطلوب :

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم أوجد معادلات الحركة باستخدام المعادلة الأساسية في التحريك (بدون رموز أفعال).
2. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول z ، ومشتقاته بالنسبة للزمن.
3. للرمز لمرافق المتحول z بالرمز γ ، أوجد تحويل أوجندر، واكتب تابع هاملتون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو بخطأ (فقط) عما يلي :

1. ✓ القيد المثالي هو القيد الذي لا ينتج عنه أي رد فعل،
2. ✗ في جملة مادية مقيدة، عدد درجات الحرية هو عدد إحداثيات نقط الجملة،
3. ✗ عدد درجات الحرية لجسم صلب نقطة متسامية هو خمسة،
4. ✓ تابع هاملتون يساوي عددياً تابع لاغرانج،
5. ✓ إذا كانت الدالتين F, G تكاملين أوليين، وكان α, β عددين حقيقيين، كانت الدالة $\alpha F + \beta G$ تكاملاً أولياً،
6. ✗ دالة هاملتون تتضمن مشتقات بالنسبة للزمن،
7. ✓ دالة لاغرانج هي دالة معرفة على الفضاء الطوري.

الاسم :
الرقم :

جامعة الرياضيات - ميكانيك
يناير 2014

كلية العلوم
قسم الرياضيات
السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، ولتكن القاعدتين $f = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ ، $e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ ، ولتكن أيضاً $f' = (\vec{f}'_1, \vec{f}'_2, \vec{f}'_3)$ و $e' = (\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3)$ القاعدتين الترتيبيتين في الفضاءين E, F .

الجميع : $\alpha = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$ و $\beta = 2\vec{f}_1 - \vec{f}_2 + 3\vec{f}_3$ المطلوب :

1. أعط قاعدة الفضاء $E' \wedge E'$.
2. أعط قاعدة الفضاء $F \otimes E'$.
3. كم عدد أبعاد الفضاء $E \vee E$.
4. اصنف الفضاء التكراري $(\alpha, (\vec{e}_1 + \vec{e}_2))$.
5. اصنف الفضاء التكراري (β, \vec{f}_3) .
6. هل يمكن إنشاء تشاكل بين الفضاء المتجهي $E \vee E$ والفضاء المتجهي E .
7. إلى أي فضاء ينتمي المتعارف $\alpha \otimes \beta$.

السؤال الثاني : $30 = 10 \times 3$

في المسألة الإحداثية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، شكلتها واسمها، تحت تأثير القيد $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ ونضع للقيد المتكامل : $x^2 + y^2 = z^2, z > 0$ المطلوب :

1. طبق طريقة مضارب لاغرانج، وحدد المعادلات اللازمة لحل المسألة.
2. أعط تابع الكتلة V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول z ، والمتحول ϕ (زاوية التجه \vec{r} مع المحور Ox) ومنسقتيهما.
3. لرمز المترافق المتحولين p, z بالرمزين σ, τ على الترتيب، أوجد تحويل لوجندر، وأعط تابع هاملتون H .

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بـ نعم أو خطأ (فقط) عما يلي :

1. ☒ أي سرعة متجهة من النقاط المادية، نضع قطباً لها من القيد المستقلة.
2. ☒ إذا كان F تكاملاً أولياً، فإن F' تكاملاً أولياً، بالضرورة.
3. ☒ تابع هاملتون هو تكامل أولي.
4. ☒ مبدأ متالية القيود ينفي وحده لحل كل مسائل الميكانيك.
5. ☒ عدد معادلات هاملتون، هو نفس عدد معادلات لاغرانج.
6. ☒ ونود الأفعال لا تعمل أبداً.
7. ☒ عدد درجات الحرية للنقطين ماديين هو أربع.

مع أخصاب إجابات بالتمام والتميز

الاسم ،
الرقم ،

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
كانون ٢٠١٥

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، بمكان القاعدتين (\bar{e}_1, \bar{e}_2) و $(\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3, \bar{f}_4)$ ، ولتكن ايضا $\bar{e}' = \{\bar{e}'_1, \bar{e}'_2, \bar{e}'_3, \bar{e}'_4\}$ و $\bar{f}' = \{\bar{f}'_1, \bar{f}'_2, \bar{f}'_3, \bar{f}'_4\}$ القاعدتين الثويتين، في الفضاءين E', F' .

لنضع : $\alpha = 7\bar{e}_1 - 5\bar{e}_2$ ، $\beta = 2\bar{e}'_1 + 3\bar{e}'_2$ المطلوب :

١. اعط قاعدة للفضاء $F \wedge F \wedge F$.

٢. اعط قاعدة للفضاء $F^* \otimes E$.

٣. كم عدد ابعاد الفضاء $F \vee F^*$.

٤. احسب الجداء التقليلسي $\alpha \cdot \beta$.

٥. احسب $\alpha \otimes \alpha$.

٦. حدد الفضاء $F \wedge F \wedge F \wedge F \wedge F$.

٧. هل العبارة $\beta \cdot \beta$ معرفة .

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في جملة إحداثية عتالية متعامدة ونظمية $Oxyz$ ، تحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير القوة $\bar{F} = x\bar{i} + 2y\bar{j} + 3z\bar{k}$ ، وتضع للقيدين التاليين : $x = 0, x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 1$. المطلوب :

١. حدد عدد درجات الحرية، ثم اوجد معادلات الحركة باستخدام طريقة مضاريب لاغرانج .

٢. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول المعمم φ ، ومشتقاته بالنسبة للزمن،

حيث $2y = \cos \varphi, 3z = \sin \varphi$.

٣. لترمز لمرافق المتحول φ بالرمزين p, q ، اوجد تحويل لانجر، واكتب تابع هملتون .

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

اجب بصح او بخطا (فقط) عما يلي :

١. القيد المثالي قد يقدم رد فعل ،

٢. التكامل الأولي هو دالة ثابتة على الفضاء الطوري ،

٣. تابع هملتون يساوي تابع لاغرانج ،

٤. الجسم الصلب هو مجموعة من النقط المادية المطلقة ،

٥. تملك النقطة المادية المطلقة ستة درجات حرية ،

٦. المعادلة الأساسية في التحريك خالية من ردود الأفعال ،

٧. إذا كانت F تكاملا أوليا ، وكانت $F + G$ تكاملا أوليا ، تكون G تكاملا أوليا .

د. خالد العبدالله

مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق

الاسم :

الرقم :

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
حزيران 2015

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن F, E فضاءين متجهيين، يملكان القاعدتين $f = \{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3\}$ ، $e = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5\}$ ، ولتكن أيضاً $f^* = \{\vec{f}_1^*, \vec{f}_2^*, \vec{f}_3^*\}$ و $e^* = \{\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*, \vec{e}_4^*, \vec{e}_5^*\}$ القاعدتين الثابنتين في الفضاءين F^*, E^* .

لنضع : $\alpha = 2\vec{e}_1^* - \vec{e}_3^*$ ، $\beta = \vec{e}_1^* + 2\vec{e}_3^*$ المطلوب :

1. اعط قاعدة للفضاء $F \vee F^*$.

2. اعط قاعدة للفضاء $E \wedge E$.

3. كم عدد أبعاد الفضاء $E \vee E$.

4. احسب الجداء التقلبي $\alpha \cdot \beta$.

5. احسب $\alpha \otimes \beta$.

6. إلى أي فضاء ينتمي المقدار \vec{e}_3^*, β .

7. هل العبارة $\alpha \wedge \beta$ معرفة؟ علل إجابتك.

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في جملة إحداثية عظمالية متعامدة ونظامية $Oxyz$ ، تتحرك نقطتان ماديتان $P(x, y, z)$ ، $Q(x_1, y_1, z_1)$ ، كتلتاهما واهديتان، تحت تأثير حقل الجاذبية الثابت $\vec{F} = -g \vec{k}$ ، وتخضعان لقيود مثالية تجعلهما يتحركان على المحور Oz ، ويبقى لهما $z_1 - z = 1$. المطلوب :

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم أوجد معادلات الحركة باستخدام المعادلة الأساسية في التحريك.

2. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول المعمم z ، ومشتقاته بالنسبة للزمن،

3. لرمز لمرافق المتحول z بالرمز p ، أوجد تحويل لوجندر، واكتب تابع هملتون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو بخطأ (فقط) عما يلي :

1. في جملة مادية مقيدة، عدد ردود الأفعال يساوي عدد القيود، \checkmark

2. القيد المثالي هو القيد الذي يطبق على نقطة مادية واحدة، \checkmark

3. تابع هملتون هو تابع لاغرانج مطبق عليه تحويل لوجندر، \checkmark

4. عدد مضارب لاغرانج هو عدد القيود المستقلة، \times

5. عدد درجات الحرية لجسم صلب نقاطه متساممة (على استقامة واحدة) هو خمسة، \times

6. تابع هملتون هو تابع حقيقي معرف على الفضاء الطوري، \checkmark

7. عدد أبعاد الفضاء الطوري لجملة مادية هو عدد النقاط التي تكونها، \checkmark

ليكن E, F فضاءين متجهيين، بملكان القاعدتين $e = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$ ، $f = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3\}$ ولكن أيضا $f' = \{\bar{f}'_1, \bar{f}'_2, \bar{f}'_3\}$ و $e' = \{\bar{e}'_1, \bar{e}'_2, \bar{e}'_3\}$ القاعدتين الثنويتين، في الفضاءين E', F' .

لنضع : $\alpha = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3$ و $\beta = 2\bar{f}_1 - \bar{f}_2 + 3\bar{f}_3$ المطلوب :

1. اعط قاعدة للفضاء $E' \wedge E'$
2. اعط قاعدة للفضاء $F \otimes E'$
3. كم عدد أبعاد الفضاء $E \vee E$
4. احسب الجداء التقلوصي $\alpha \cdot (\bar{e}'_1 + \bar{e}'_2)$
5. احسب الجداء التقلوصي $\bar{f}'_2 \cdot \beta$
6. هل يمكن إنشاء تشاكل بين الفضاء المتجهي $E \vee E$ والفضاء المتجهي E
7. إلى أي فضاء ينتمي المقدار $\alpha \otimes \beta$.

السؤال الثاني : $30 = 10 \times 3$

في الجملة الإحداثية العطالية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير القوة $\vec{F} = \vec{R} = x\vec{i} + y\vec{j}$ وتخضع للقيود المثالية : $x^2 + y^2 = z^2$ ، $z > 0$ المطلوب :

1. طبق طريقة مضاريب لاغرانج، وحدد المعادلات اللازمة لحل المسألة،
2. اعط تابع الكمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول x والمتحول φ (زاوية المنحرف \vec{R} مع المحور Ox) ومشتقاتهما،
3. للرمز لمرافقي المتحولين φ, z بالرمزين σ, τ ، على الترتيب. اوجد تحويل لوجندر، واعط تابع هملتون H .

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

اجب بصح أو بخطأ (فقط) عما يلي :

1. أي مجموعة منتهية من النقاط المادية، تخضع فقط لعدد منته من القيود الممنقولة،
2. إذا كان F تكاملاً أولياً، فإن F' تكاملاً أولياً، بالضرورة،
3. تابع هملتون هو تكامل أولي،
4. مبدأ مثالية القيود يكفي وحده لحل كل مسائل الميكانيك،
5. عدد معادلات هملتون، هو نفس عدد معادلات لاغرانج،
6. ردود الأفعال لا تعمل أبداً،
7. عدد درجات الحرية لنقطتين ماديتين هو أربع.

السؤال الأول: 35

1. $\{\vec{e}_1, \lambda \vec{e}_1^*, \vec{e}_2, \lambda \vec{e}_2^*, \vec{e}_3, \lambda \vec{e}_3^*\}$ 5

2. $\{\vec{F}, \otimes \vec{e}_j, 1 \leq j = 1, 2, 3\}$ 5

3. العدد هو 56

4. $\alpha \cdot (\vec{e}_1^* + \vec{e}_2^*) = 1 + 1 = 2$ 5

5. $\vec{F} \cdot \vec{1} = 2 \times 1 = 2$ 5

6. لا

5 E ⊗ F

7. إلى الفضاء

السؤال الثاني: 30

1. المادة الأساسية

$(\ddot{x} - x)\delta x + (\ddot{y} - y)\delta y + \frac{1}{2} \delta z^2 = 0$

$x \delta x + y \delta y - \frac{1}{2} \delta z^2 = 0$

$[\ddot{x} + (\lambda - 1)x]\delta x + [\ddot{y} + (\lambda - 1)y]\delta y + (\ddot{z} - \lambda z)\delta z = 0$

$\ddot{x} + (\lambda - 1)x = 0$ (1) $\ddot{y} + (\lambda - 1)y = 0$ (2) $\ddot{z} - \lambda z = 0$ (3)

المعادلات المطلوبة هي (1) (2) (3) بالإضافة لمعادلة القيود

$\delta V = -\vec{F} \delta \vec{r} = \delta(\frac{1}{2} z^2) \Rightarrow V = -\frac{1}{2} z^2$

$T = \frac{1}{2} (2\dot{z}^2 + 3^2 \dot{\phi}^2)$

$L = T - V = \frac{1}{2} (2\dot{z}^2 + 3^2 \dot{\phi}^2) + \frac{1}{2} z^2$ 10

$z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = 2\dot{z}$ $\phi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = 3^2 \dot{\phi}$

$\dot{z} = \frac{1}{2} z$ $\dot{\phi} = \frac{\phi}{3^2}$ 10

$H = \frac{1}{2} z + \phi \phi - L = \frac{1}{2} (\phi^2 z^2 + \frac{\phi^2}{3^2}) - \frac{1}{2} z^2$

السؤال الثالث: 35

1. ص 5

2. ص 5

3. ص 5

4. خطأ 5

5. خطأ 5

6. خطأ 5

7. خطأ 5

د. هادي النسيان

الاسم :
الرقم :

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
حزيران 2014

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، يملكان القاعدتين $e = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$ ، $f = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3, \bar{f}_4\}$ ، واتكن أيضاً $f^* = \{\bar{f}_1^*, \bar{f}_2^*, \bar{f}_3^*, \bar{f}_4^*\}$ و $e^* = \{\bar{e}_1^*, \bar{e}_2^*\}$ القاعدتين الثابنتين، في الفضاءين E^*, F^* .

لنضع : $\alpha = \bar{e}_1^* - \bar{e}_2^*$ ، $\beta = \bar{e}_1 \otimes \bar{f}_4$ المطلوب :

1. اعط قاعدة للفضاء $E \vee E$ ،
2. اعط قاعدة للفضاء $F^* \otimes E$ ،
3. كم عدد أبعاد الفضاء $E \wedge E$ ،
4. احسب الجداء التقلصي $\alpha \cdot \beta$ ،
5. احسب $\alpha \otimes \beta$ ،
6. كم عدد أبعاد الفضاء $E \otimes F^*$ ،
7. إلى أي فضاء ينتمي المقدار $\bar{e}_2^* \cdot \beta$.

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في جملة إحداثية عطالية متعامدة ونظامية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير القوة $\vec{F} = y \vec{i} + x \vec{j}$ ، وتخضع للقيد المثالي: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ المطلوب :

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم طبق المعادلة الأساسية في الديناميك، ثم استند من معادلة القيد لإيجاد معادلات الحركة (دون ردود الأفعال).
$$\tau = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 - R^2 \dot{\varphi}^2 + \frac{R^2}{L} \dot{\varphi}^2$$
2. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحولين المعممين R, φ ، ومشتقاتهما بالنسبة للزمن، حيث R طولية المتجه $\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j}$ و φ زاوية \vec{R} مع Ox
3. لنرمز لمرافقي المتحولين R, φ بالرمزين ρ, τ ، على الترتيب. أوجد تحويل لوجندر، واكتب تابع همלטون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو بخطأ (فقط) عما يلي :

1. تابع لاغرانج تكامل أولي،
2. إذا كان F, G تكاملين أوليين، فإن $F + G$ تكامل أولي،
3. عدد القيود المستقلة المطبقة على نقطة مادية غير محدود،
4. القيود المثالية تقدم ردود أفعال مجموع أعمالها معدوم،
5. مضارب لاغرانج هي مجاهيل جديدة تضاف للمسألة،
6. المجموعة المادية المكونة من ثلاث نقاط لا يمكن أن تكون عطليقة (بدون قيود)،
7. يمكن اعتبار كل قيد قيداً مثالياً، وذلك بالنظر لجزء من رد فعله على أنه قوة فعالة.

د. خاك العبدالله مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق

السؤال الأول: (35)

$$\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\}$$

1. لدينا القاعدة

$$\{\vec{f}_1^* \otimes \vec{e}_l, l=1,2,3,4, l=1,2\}$$

2. لدينا القاعدة

3. عدد أبعاد هذا الفضاء هو "واحد" 5

$$\alpha, \beta = \vec{f}_4 - 0 = \vec{f}_4$$

4.

$$\alpha \otimes \beta = \vec{e}_1^* \otimes \vec{e}_1 \otimes \vec{f}_4 - \vec{e}_1^* \otimes \vec{e}_1 \otimes \vec{f}_4$$

5.

6. عدد أبعاد الفضاء المتشعب هو "ثمانية" 5

7. إلى 5.F

السؤال الثاني: (30)

4. عدد درجات الحرية هو $n = 2$

المعادلة الاسية

$$(\vec{r} - \vec{F}) \cdot \delta \vec{r} = 0$$

$$(x - y) \delta x + (y - z) \delta y + z \delta z = 0$$

من معادلة القيد نجد:

$$x \delta x + y \delta y + z \delta z = 0$$

بمثبت δz نجد:

$$(3x - xz - yz) \delta x + (3y - yz - xz) \delta y = 0$$

ومن:

$$3x - xz - yz = 0, 3y - yz - xz = 0$$

وهي تمثل مع معادلة القيد معادلات الحركة.

2. لدينا:

$$x = R \cos \phi, y = R \sin \phi, z = \sqrt{1 - R^2}$$

$$V = -xy = -R^2 \sin \phi \cos \phi$$

$$T = \frac{1}{2} \dot{\vec{r}}^2 = R^2 \dot{\phi}^2 + \frac{\dot{R}^2}{1 - R^2}$$

$$\vec{r}^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$L = T - V = R^2 \dot{\phi}^2 + \frac{\dot{R}^2}{1 - R^2} + R^2 \sin \phi \cos \phi$$

$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{R}} = \frac{2\dot{R}}{1 - R^2} \Rightarrow \begin{cases} \dot{R} = \frac{1}{2} (1 - R^2) p \\ \dot{\phi} = \frac{1}{2} \frac{Z}{R^2} \end{cases}$$

3. تحويل لوجندر:

$$H = p \dot{R} + Z \dot{\phi} - L = \frac{1}{4} \frac{Z^2}{R^4} + \frac{1}{4} (1 - R^2) p^2 - R^2 \sin \phi \cos \phi$$

نأخذ هاملتون:

السؤال الثالث: (35)

1. خطأ 5
2. صحيح 5
3. خطأ 5
4. صحيح 5
5. صحيح 5
6. خطأ 5
7. صحيح 5

د. خالد العبدالله

Signature

F

F

سلام ميخائيل خليل + اسئلة دروس

تسوية

الاسم :
الرقم :

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
أيلول 2014

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، يملكان القاعدتين $e = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3\}$, $f = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3\}$ ولتكن ايضا $f^* = \{\bar{f}_1^*, \bar{f}_2^*, \bar{f}_3^*\}$ و $e^* = \{\bar{e}_1^*, \bar{e}_2^*, \bar{e}_3^*\}$ القاعدتين الثنويتين، في الفضاءين E^*, F^* .

لنضع : $\alpha = \bar{e}_1 + \bar{e}_2 + \bar{e}_3$ ، $\beta = \bar{e}_1^* + \bar{e}_2^*$ المطلوب :

1. اعط قاعدة للنضاء $E \wedge E$.
2. اعط قاعدة للنضاء $E^* \otimes E$.
3. كم عدد أبعاد النضاء $E \wedge E \wedge E$.
4. احسب الجداء التقلصي $\alpha \cdot \beta$.
5. احسب $\alpha \otimes \beta$.

6. هل العبارة $E \wedge F$ معرفة.

7. حدد النضاء $E \wedge E \wedge E$.

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في جملة إحداثية عطالية متعامدة ونظامية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير القوة $\bar{F} = x \bar{i} + y \bar{j} + z \bar{k}$ ، وتخضع للقيد المثاليين : $x^2 + y^2 = 1, z = 0$. المطلوب :

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم طبق المعادلة الأساسية في الديناميك، ثم استقد من معادلات القيود لإيجاد معادلات الحركة.

2. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول المعم θ ، ومشتقاته بالنسبة للزمن، حيث θ زاوية متجه الموضع \bar{r} مع Ox .

3. لترمز لمرافق المتحول θ بالرمز τ أوجد تحويل لوجندر، واكتب تابع هملتون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو بخطأ (فقط) عما يلي :

1. تابع هملتون تكامل أولي،
2. إذا كان F, G تكاملين أوليين، فإن $F + G + F \cdot G$ تكامل أولي،
3. إذا كان F تكاملا أوليا، و G ليس تكاملا أوليا فإن $F + G$ قد يكون تكاملا أوليا،
4. القيد المثالي لا يقدم أي رد فعل،
5. مضاريب لاغرانج هي ثوابت معلومة،
6. المجموعة المادية المكونة من نقطة واحدة لا يمكن أن تخضع لقيود،
7. عدد درجات الحرية لمجموعة المادية مكونة من نقطتين طلبتين هو 6.

د. خالد العبدالله مع أطيب التمنيات بالنجاح والتفريق

10/11/2014

فدس ليح اولي
في $F + G$ متكون تكامل اولي

أيلول 2014

ميكانيك تكميلي

سليم المصباح

السؤال الأول: 35

$$\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5\}$$

$$\{\vec{e}_i \otimes \vec{e}_j, i, j = 1, 2, 3\}$$

1. لدينا القاعدة:

2. لدينا القاعدة:

3. عدد أبعاد هذا الفضاء هو واحد.

$$12 \quad 10A \quad 65$$

$$13 \quad 10B \quad 65$$

$$14 \quad 10C \quad 65$$

$$15 \quad 10D \quad 65$$

$$16 \quad 10E \quad 65$$

$$17 \quad 10F \quad 65$$

$$18 \quad 10G \quad 65$$

$$19 \quad 10H \quad 65$$

$$20 \quad 10I \quad 65$$

$$21 \quad 10J \quad 65$$

$$22 \quad 10K \quad 65$$

$$23 \quad 10L \quad 65$$

$$24 \quad 10M \quad 65$$

$$25 \quad 10N \quad 65$$

$$26 \quad 10O \quad 65$$

$$27 \quad 10P \quad 65$$

$$28 \quad 10Q \quad 65$$

$$29 \quad 10R \quad 65$$

$$30 \quad 10S \quad 65$$

$$31 \quad 10T \quad 65$$

$$32 \quad 10U \quad 65$$

$$33 \quad 10V \quad 65$$

$$34 \quad 10W \quad 65$$

$$35 \quad 10X \quad 65$$

$$36 \quad 10Y \quad 65$$

$$37 \quad 10Z \quad 65$$

$$38 \quad 10AA \quad 65$$

$$39 \quad 10AB \quad 65$$

$$40 \quad 10AC \quad 65$$

$$41 \quad 10AD \quad 65$$

$$42 \quad 10AE \quad 65$$

$$43 \quad 10AF \quad 65$$

$$44 \quad 10AG \quad 65$$

$$45 \quad 10AH \quad 65$$

$$46 \quad 10AI \quad 65$$

$$47 \quad 10AJ \quad 65$$

$$48 \quad 10AK \quad 65$$

$$49 \quad 10AL \quad 65$$

$$50 \quad 10AM \quad 65$$

$$51 \quad 10AN \quad 65$$

$$52 \quad 10AO \quad 65$$

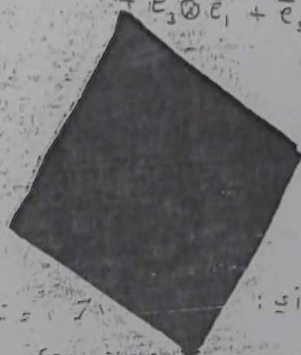
$$53 \quad 10AP \quad 65$$

$$54 \quad 10AQ \quad 65$$

$$55 \quad 10AR \quad 65$$

$$\beta = 1 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 = 25$$

$$\alpha \otimes \beta = \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1 + \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2 + \vec{e}_3 \otimes \vec{e}_1 + \vec{e}_3 \otimes \vec{e}_2$$



6. هذه العبارة غير صحيحة وطوبى

7. هذا الفضاء هو الفضاء المصفوي

السؤال الثاني: 30

1. عدد درجات الحرية

$$n = 3 \quad 2 = 1 \quad \vec{r} = 0$$

$$(x - \bar{x}) \delta x + (y - \bar{y}) \delta y + (z - \bar{z}) \delta z = 0$$

$$x \delta x + y \delta y = 0$$

$$\delta x = 0$$

$$y(x - \bar{x}) \delta x + (y - \bar{y})(-x \delta x) = 0 \quad (A)$$

$$y \delta x = 0$$

هذه المعادلة بالامتانة لمعادلة القيود تمثل معادلة الحركة

$$\delta V = - \vec{F} \cdot \delta \vec{r} = - \frac{1}{2} \delta \vec{r}^2 = 0 \Rightarrow \vec{r} = 0$$

$$T = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 = \frac{1}{2} m \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2$$

$$L = T - V = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 - 1017$$

$$Q = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 \quad Z = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2$$

$$H = (Z - L) \cdot 4 = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2$$

Handwritten signature or mark at the bottom left.

مكره

الاسم:
الرقم:

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
جانون 2013

السؤال الأول: $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءات هيلبرت، $f = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3, \bar{f}_4\}$ و $e = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$ وليكن أيضا $f' = \{\bar{f}'_1, \bar{f}'_2, \bar{f}'_3, \bar{f}'_4\}$ و $e' = \{\bar{e}'_1, \bar{e}'_2\}$ القاعدتين المتكاملتين، لن الفضائين E', F' .

نضع: $a = 3\bar{e}'_1 - \bar{e}'_2$ ، المطلوب:

1. اعط قاعدة للضرب $E' \otimes F'$.
2. اعط قاعدة للضرب $E' \vee E'$.
3. كم عدد أبعاد الفضاء $F' \vee F'$.
4. كم عدد أبعاد الفضاء $E' \otimes F'$.
5. احسب $a \otimes (\bar{f}'_1 + \bar{f}'_2)$.
6. احسب الجداء القليلي $a \cdot \bar{e}'_1$.
7. إلى أي فضاء ينتمي المتدار $a \cdot \bar{e}'_1$.

السؤال الثاني: $30 = 3 \times 10$

في الجملة الإحداثية المعطالية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $p(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير قوة الحافضية $\bar{F} = \bar{r} - g$ حيث \bar{r} شعاع الموضع، ونضع للقيود المثالي: $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ، المطلوب:

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم طبق المعادلة الأساسية في الديناميك، ثم استند من معادلة القيد لإيجاد معادلات الحركة (دون ردود الأعمال).
$$(F - m\ddot{\bar{r}}) \cdot \nabla \varphi = 0$$
2. اعط تابع الكمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحولين الكرويين φ, θ ، ومشتقاتهما بالنسبة للزمن، حيث φ الزاوية بين مسطح \bar{r} على المستوي Oxy والمحور Ox ، والزاوية θ هي الزاوية \bar{r} مع Oz .
3. اعط تابع هملتون، بدلالة φ ومتحولين مرافقين A, B ، واكتب معادلات هملتون.

السؤال الثالث: $35 = 7 \times 5$

احسب بصح أو خطأ (نقط) مما يلي:

1. التكامل الأولي لا يتعلق بشروط البدء.
2. الجسم الصلب هو مجموعة نقاط مادية لا تخضع لأي قيد.
3. قانون نيوتن يمكن وحده لحل مسائل النقطة المادية المطلقة.
4. عدد درجات الحرية للنقطة مادية غير مطلقة هو ثلاث.
5. القيد المثالي هو القيد الذي لا يقدم أي رد فعل.
6. تابع هملتون هو تكامل أولي لمسألة.
7. نضع لاغرانج يساوي تابع هملتون.

السؤال الثاني - ميكانيك تحليل - دورة مايو 2019

أول : 25

$$E \otimes F \sim \{ \vec{e}_i \otimes \vec{f}_j \} \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \quad 5$$

$$E \vee F \sim \{ \vec{e}_i \vee \vec{f}_j \} \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \quad 5$$

عدد أساس الفضاء FVF هو 10 5×2

عدد أساس الفضاء EWF هو 8 5×4

$$\otimes (\vec{f}_1 + \vec{f}_2) = \vec{e}_1 \otimes \vec{f}_1 + \vec{e}_2 \otimes \vec{f}_1 + \vec{e}_3 \otimes \vec{f}_1 + \vec{e}_4 \otimes \vec{f}_1 \quad 5$$

$$\vec{e}_1 = 1 \vee 1 = 0 = 0 \quad 5$$

$$5 \times \vec{e}_1 \otimes \vec{f}_1$$

السؤال الثاني : 35

عدد درجات الحرية هو $7 \vee 1 - 1 = 2$

$$I = (\vec{F} - \vec{F}_0) \cdot \vec{F} = 0 \quad 5 \quad (x - x_0) \delta x + (y - y_0) \delta y + (z - z_0) \delta z = 0$$

$$2.88x - 4.8y - 4.8z$$

$$= (52 - 4.8x - 4.8y)$$

$$(x - 10.8) \delta x + (y - 10.8) \delta y + (z - 10.8) \delta z = 0$$

$$x - 10.8 + y - 10.8 + z - 10.8 = 0 \quad 10 \quad x + y + z = 32.4$$

$$V = 9 \cos \theta \quad 2 \quad V = -\frac{1}{2} r^2 + 9z$$

$$T = \frac{1}{2} \vec{F}^2 = \frac{1}{2} [3.6 \vec{F}^2 + 0]$$

$$L = T - V = \frac{1}{2} [3.6 \vec{F}^2 + 0] - 9 \cos \theta \quad 10$$

$$\vec{F} = \frac{A}{\sin \theta} \cdot \vec{B} \quad 10 \quad A = 3 \sin \theta \quad B = \theta$$

$$H = T + V = \frac{1}{2} \left[\frac{A^2}{\sin^2 \theta} + 0 \right] + 9 \cos \theta$$

$$\vec{Q} = \frac{\partial H}{\partial A} = \frac{A}{\sin^2 \theta} = \frac{2H}{\sin \theta} = B$$

$$A = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = 0 \quad B = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = A \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} = 9 \sin \theta \quad 10$$

السؤال الثالث : 25

1. خطأ 2. خطأ 3. خطأ 4. خطأ 5

5. خطأ 6. خطأ 7. خطأ

قال العبد لله

الاسم
الرقم

ميكانيكا - تميلين
رابعة رياضيات - ميكانيكا
تموز 2013

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، يمكن القاعدتين $f = \{\vec{f}_1, \vec{f}_2\}$ ، $e = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ ، ولتكن أيضا $f' = \{\vec{f}'_1, \vec{f}'_2\}$ و $e' = \{\vec{e}'_1, \vec{e}'_2\}$ القاعدتين الثابنتين، لي الفضاءين E, F

لتضع : $\alpha = \vec{e}'_1 - \vec{e}'_2$ ، $\beta = \vec{e}'_1 + \vec{e}'_2$ المطلوب

1. اعط قاعدة للنضاء $E' \otimes F \otimes E$
2. اعط قاعدة للنضاء $E \vee E$
3. كم عدد أبعاد الفضاء $F \wedge F$
4. كم عدد أبعاد الفضاء $E \otimes F$
5. احسب $\alpha \otimes \beta$
6. احسب الجداء التلبيصي $\alpha \cdot \beta$
7. إلى أي فضاء ينتمي المتدار $\alpha \otimes \beta$

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في الجسلة الإحداثية المطالية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير قوة الجاذبية $\vec{F} = (r^2 - 1)\vec{r}$ حيث r شعاع الموضع، وتخضع للتيد المثالي: $x - y = 0$. المطلوب :

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم طبق المعادلة الأساسية في الديناميك، ثم استند من معادلة القيد لإيجاد معادلات الحركة (دون ردود الأفعال).
2. اعط تابع كمون λ ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحولين المسميين p, z ، ومشتقاتهما بالنسبة للزمن، حيث $p = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3. اعط تابع هاملتون، بدلالة p, z ومتحولين مرافقين A, B ، واكتب معادلات هاملتون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو خطأ (فقط) عما يلي :

1. الجسم الصلب هو مجموعة نقاط مادية تخضع لنفسه غير متته من التبدد المستقلة،
2. التكامل الأولي بحسب بدلالة شروط البدء،
3. عدد درجات الحرية للنقطة مادية مطلقة هو ثلاث،
4. القيد المثالي قد يقدم رد فعل غير مستمر،
5. تابع لاغرانج يعاقل تابع هاملتون بالإشارة،
6. قانون نيوتن يكتسب رحدة لكل من مسائل الميكانيك،
7. تابع هاملتون ليس تكامل أولي لمسألة،

مع أطيب التحيات بالتفاح والقرن

2013

السؤال الأول (30)

$$\{\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1, \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2, \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1, \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2\} \quad i, j, k = 1, 2, 3, 5$$

$$\{\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1, \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2, \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1, \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2\} \quad 5$$

1. العدد هو 1
2. العدد هو 4
3. العدد هو 5

$$\alpha \otimes \beta = \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1 + \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2 \quad 5$$

$$\alpha \cdot \beta = 1 + 0 + 0 + 1 = 2 \quad 5$$

$$\alpha \otimes \beta \in E^* \otimes E \quad 5$$

السؤال الثاني (30)

$$3 \times 1 - 1 = 2$$

1. عدد درجات الحرية هو 1
2. عدد درجات الحرية هو 2

$$(\vec{F} - \vec{F}') \cdot \delta \vec{r} = 0$$

$$[(r^2 - 1)x - \dot{x}] \delta x + [(r^2 - 1)y - \dot{y}] \delta y + [(r^2 - 1)z - \dot{z}] \delta z = 0$$

$$\delta y = \delta x$$

$$[(r^2 - 1)(x + y) - (\dot{x} + \dot{y})] \delta x + [(r^2 - 1)z - \dot{z}] \delta z = 0$$

$$\begin{cases} (r^2 - 1)(x + y) - (\dot{x} + \dot{y}) = 0 & (1) \\ (r^2 - 1)z - \dot{z} = 0 & (2) \\ x - y = 0 & (3) \end{cases}$$

$$V = -\left(\frac{1}{2}r^4 - \frac{1}{2}r^2\right) \dot{r}^2 = r^2 - 2r^4 \quad T = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$$

$$L = T - V = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \left(\frac{1}{2}r^4 - \frac{1}{2}r^2\right) 10$$

$$\dot{x} = A, \quad \dot{y} = B$$

$$H = T + V = \frac{1}{2}(A^2 + B^2) + \left(\frac{1}{2}r^4 - \frac{1}{2}r^2\right) \dot{r}^2 = 8r^4 + 5r^2$$

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial A} = A \quad A = -\frac{\partial H}{\partial \dot{x}} = -(2r^4 - 1) \dot{x}$$

$$\dot{y} = \frac{\partial H}{\partial B} = B \quad B = -\frac{\partial H}{\partial \dot{y}} = -(2r^4 - 1) \dot{y} \quad 10$$

السؤال الثالث (35)

1. خطأ 2. خطأ 3. خطأ 4. خطأ 5. خطأ 6. خطأ 7. خطأ

خطأ

خطأ

خطأ

الاسم :

الرقم :

مشاركتك تيليل
اربع رياضيات - ميكانيك
أب 2013جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضياتالسؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، يمثلان القاعدتين $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ ، $f = (\bar{f}_1, \bar{f}_2)$ ولتكن أيضا $f^* = (\bar{f}_1^*, \bar{f}_2^*)$ و $e^* = (\bar{e}_1^*, \bar{e}_2^*, \bar{e}_3^*)$ القاعدتين الثابنتين في الفضاءين E^*, F^* .

لنضع : $\alpha = 2\bar{e}_1^* - 3\bar{e}_2^*$ ، $\beta = 5\bar{e}_1 - 7\bar{e}_2 + \bar{e}_3$ المطلوب :

مخافة

1. اعط قاعدة للنضاء $F \otimes E$
2. اعط قاعدة للنضاء $E \wedge E$
3. كم عدد أبعاد الفضاء $F \vee F$
4. كم عدد أبعاد الفضاء $E^* \wedge E^*$
5. احسب $\alpha \otimes \beta$
6. احسب الجداء التلبيسي $\alpha \cdot \beta$
7. إلى أي فضاء ينتمي المتدار $\alpha \cdot \bar{e}_1$

السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في الجملة الإحداثية المكانية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير القوة $\vec{F} = \frac{\vec{r}}{r}$ ، حيث $r \neq 0$ ، \vec{r} شعاع الموضع، وتخضع للقيود المثالي: $x + y - 6 = 0$ المطلوب :

1. حدد عدد درجات الحرية، ثم طبق المعادلة الأساسية في الديناميك، ثم أوجد معادلات الحركة باستخدام طريقة مضاريب لاغرانج (دون ردود الأفعال).
2. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحولين المعممين x, z ، ومشتقاتهما بالنسبة للزمن.

3. اعط تابع هاملتون، بدلالة x, z ومتحولين مراقبين A, B ، واكتب معادلات هاملتون.

السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو خطأ (فقط) عما يلي

1. القيد المثالي يقدم رد فعل علىه معدوم.
2. الجسم العادي هو مجموعة نقاط مادية غير متناهية تخضع لعدد منته من القيود.
3. التكميلات الأولية هي مسألة في شروط البدء.
4. تابع هاملتون هو تابع لاغرانج معبر عنه بدلالة متحولات أخرى.
5. عدد درجات الحرية لنقطة مادية مقيدة هو أكثر من ثلاث حتماً.
6. قانون نيوتن يكفي وحده لحل كل مسائل الميكانيك.
7. تابع لاغرانج ليس تكميلاً أولياً.

مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق

بذلك الجواب

السؤال الأول: (25)

1. لدينا القاعدة $\{\bar{e}_i \otimes \bar{e}_j \mid i, j = 1, 2, 3\}$

2. لدينا القاعدة $\{\bar{e}_1 \wedge \bar{e}_2, \bar{e}_2 \wedge \bar{e}_3, \bar{e}_3 \wedge \bar{e}_1\}$

3. العدد هو 3، 5

4. العدد هو 3، 5

5. لدينا $\alpha \otimes \beta = 10\bar{e}_1' \otimes \bar{e}_1 - 14\bar{e}_1' \otimes \bar{e}_2 + 2\bar{e}_1' \otimes \bar{e}_3 - 15\bar{e}_2' \otimes \bar{e}_1 + 21\bar{e}_2' \otimes \bar{e}_2 - 3\bar{e}_2' \otimes \bar{e}_3$

6. الحداء التقليلسي هو $5 \cdot \alpha \cdot \beta = 10 - 0 + 0 - 0 + 21 - 0 = 31$

7. وضوحاً $5 \cdot \alpha \cdot \bar{e}_1 \in \mathbb{R}$

السؤال الثاني: (30)

1. عدد درجات الحرية هو $3 - 1 = 2$

المعادلة الأساسية في الديناميك هي:

$$(\ddot{\vec{r}} - \frac{\vec{r}}{r})\delta\vec{r} = 0$$

أي

$$(\ddot{x} - \frac{x}{r})\delta x + (\ddot{y} - \frac{y}{r})\delta y + (\ddot{z} - \frac{z}{r})\delta z = 0$$

من معادلة القيد نجد:

$$\lambda\delta x + \lambda\delta y + 0\delta z = 0$$

بالجمع واستخدام تقنية لاغرانج نجد المعادلات:

$$\begin{cases} \ddot{x} - \frac{x}{r} + \lambda = 0 & (1) \\ \ddot{y} - \frac{y}{r} + \lambda = 0 & (2) \\ \ddot{z} - \frac{z}{r} = 0 & (3) \end{cases}$$

2. تمثل هذه المعادلات بالإضافة لمعادلة القيد معادلات كافية لدراسة الحركة.

$$V = -r = -\sqrt{x^2 + (6-x)^2 + z^2}$$

وتابع الطاقة الحركية $T = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) = \frac{1}{2}(2\dot{x}^2 + \dot{z}^2)$

$$L = T - V = \frac{1}{2}(2\dot{x}^2 + \dot{z}^2) + \sqrt{z^2 + (6-x)^2 + x^2}$$

[Handwritten signature]

[Handwritten signature]

[Handwritten signature]

$$\begin{cases} A = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = 2x \\ B = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = \dot{z} \end{cases}$$

ومن ثم تحويل لاجاندر ϕ التالي:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{2}A \\ \dot{z} = B \end{cases}$$

ومن ثم تابع هاملتون:

$$H = (\dot{x}A + \dot{z}B - L) \circ \phi$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}A^2 + B^2 - \left(\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{2}B^2 + \sqrt{x^2 + (6-x)^2 + z^2} \right) \\ &= \frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{2}B^2 - \sqrt{x^2 + (6-x)^2 + z^2} \end{aligned}$$

ومعادلات هاملتون:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial A} = \frac{1}{2}A$$

$$\dot{z} = \frac{\partial H}{\partial B} = B$$

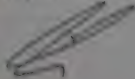
$$\dot{A} = -\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{2x-6}{r}$$

$$\dot{B} = -\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{z}{r} \quad 10$$

المسألة الثالثة: (35)

1. صح 5
2. خطأ 5
3. خطأ 5
4. خطأ 5
5. خطأ 5
6. خطأ 5
7. صح 5

د. خالد العبدالله





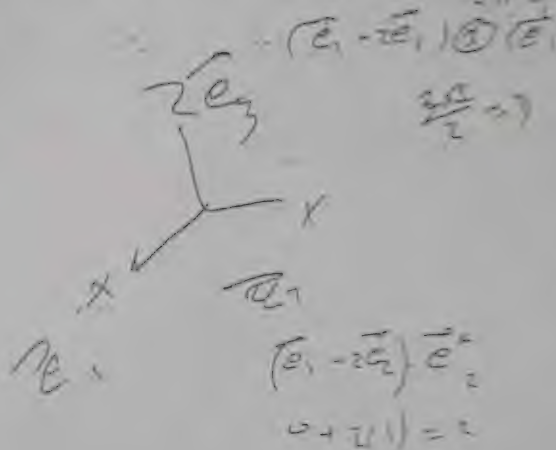
البر
الزر

ميكانيكا
الهندسة
2010

مادة
الرياضيات
نوع الامتحان

35 = 7 x 5

ليكن E, F متجهين متجهين متجهين $E = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ولكن ايضا $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$



1. اطياف الفضاء E, F
2. اطياف الفضاء E, F
3. كم عدد اطياف الفضاء E, F
4. كم عدد اطياف الفضاء E, F
5. اطياف الفضاء E, F
6. اطياف الفضاء E, F
7. اطياف الفضاء E, F

30 = 2 x 15

في المسألة الاسبقية عطينا E, F متجهين متجهين متجهين $E = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ولكن ايضا $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$

35 = 7 x 5

لكن ايضا $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$

1. خط مضطرب لا يمر من احد سفوفات القوة السبعة
2. عدد سفوفات لا يمر من احد سفوفات القوة السبعة
3. لثلاثون سفوفات وكل واحد من سفوفات القوة السبعة
4. عدد درجات الحرية نقطة سفوفات القوة السبعة
5. عدد سفوفات القوة السبعة
6. عدد سفوفات لا يمر من احد سفوفات القوة السبعة
7. عدد سفوفات لا يمر من احد سفوفات القوة السبعة



8

المسألة

المركبة الشعاعية للمجال المتجهي السابق : $\vec{F} = -\frac{\vec{r}}{r^2} = -\frac{\vec{r}}{r^3} \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

$$dV = \frac{x}{r} dx + \frac{y}{r} dy + \frac{z}{r} dz = \frac{r}{r} \Rightarrow$$

$$\vec{F} = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = -\frac{dV}{r} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = -\frac{dV}{r}}$$

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) ; m=1 \Rightarrow \boxed{T = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)}$$

$$dV = -F \Rightarrow dV = \frac{dV}{r} \Rightarrow \boxed{V = \ln r} \quad \text{أو} \quad \boxed{V = \frac{1}{r} \ln r^2}$$

$$L = T - V = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{r} \ln r^2 \quad \text{لا غنى$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial L}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \ddot{x} + \frac{x}{r^3} &= 0 \\ \ddot{y} + \frac{y}{r^3} &= 0 \\ \ddot{z} + \frac{z}{r^3} &= 0 \end{aligned}}$$

معادلات الحركة الشعاعية

$$H = (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 - L) \circ \mathcal{L}(x, y, z; \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) ;$$

مركبة الشعاعية للمجال

$$\boxed{\frac{\partial L}{\partial p_k} = q_k} \Rightarrow \boxed{x = X, y = Y, z = Z}$$

$$\Rightarrow H = (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) - \frac{1}{r} (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) + \frac{1}{r} \ln r^2$$

$$\Rightarrow \boxed{H = \frac{1}{2} (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) + \frac{1}{r} \ln r^2} \quad \text{هاملتون}$$

$$p_k = \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_k}, \quad q_k = -\frac{\partial H}{\partial p_k} \Rightarrow$$

معادلات هاميلتون

$$\boxed{\begin{array}{l|l} \dot{x} - X = 0 & X + \frac{x}{r^3} = 0 \\ \dot{y} - Y = 0 & Y + \frac{y}{r^3} = 0 \\ \dot{z} - Z = 0 & Z + \frac{z}{r^3} = 0 \end{array}}$$

معادلات هاميلتون الشعاعية

الصفحة 1

140 140

في 12/11/2019

$n(n-1)(n-2) \dots 1$

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات
المسال الأول: $20 = 5 \times 4$
أثبت النسبة المتناسبة: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$

(e_1, e_2, e_3)

$n(n-1)(n-2) \dots 1$

المسألة الثانية: $20 = 5 \times 4$
أثبت النسبة المتناسبة: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$

المسألة الثالثة: $20 = 5 \times 4$
أثبت النسبة المتناسبة: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$

المسألة الرابعة: $20 = 5 \times 4$
أثبت النسبة المتناسبة: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$

المسألة الخامسة: $20 = 5 \times 4$
أثبت النسبة المتناسبة: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$

المسألة السادسة: $20 = 5 \times 4$
أثبت النسبة المتناسبة: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$

السؤال الثاني (٦٥)

$$\{ \vec{e}_i \otimes \vec{e}_j, i, j = 1, 2 \}$$

$$\{ \vec{e}_1, \vec{e}_2 \}$$

$$2 \times 2 \times 1 = 1, 2, 3$$

$$\alpha \otimes \alpha = \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1 + 2 \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 + 2 \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 + 4 \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2$$

$$\alpha \cdot \vec{e}_1 = 0 + 2 = 2$$

7. إذا كان

السؤال الثالث (٦٥)

$$R_x \delta x + R_y \delta y + R_z \delta z = 0 \quad \text{لدينا} \quad 2 = \text{عدد درجات الحرية}$$

$$\begin{cases} R_x + 0 = \ddot{x} \\ R_y + 0 = \ddot{y} \\ R_z + g = \ddot{z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_x = \ddot{x} \\ R_y = \ddot{y} \\ R_z = \ddot{z} - g \end{cases}$$

$$\ddot{x} \delta x + \ddot{y} \delta y + (\ddot{z} - g) \delta z = 0$$

$$\ddot{y} \delta y + \ddot{z} \delta z = 0$$

$$\ddot{x} \delta x + \ddot{y} \delta y + (\ddot{z} - g) \delta y = 0$$

$$\ddot{x} \delta x + (\ddot{z} - \ddot{y} + g) \delta y = 0$$

$$(\ddot{x} \delta x + (\ddot{z} - \ddot{y} + g) \delta y = 0) \quad 15$$

$$V = -gz = -g \sin \theta$$

$$T = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$$

$$L = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + g \sin \theta \quad 15$$

السؤال الثالث (٦٥)

١. صافي ٤، صافي ٦، صافي ٨، صافي ١٠، صافي ١٢، صافي ١٤، صافي ١٦، صافي ١٨، صافي ٢٠، صافي ٢٢، صافي ٢٤، صافي ٢٦، صافي ٢٨، صافي ٣٠، صافي ٣٢، صافي ٣٤، صافي ٣٦، صافي ٣٨، صافي ٤٠، صافي ٤٢، صافي ٤٤، صافي ٤٦، صافي ٤٨، صافي ٥٠، صافي ٥٢، صافي ٥٤، صافي ٥٦، صافي ٥٨، صافي ٦٠، صافي ٦٢، صافي ٦٤، صافي ٦٦، صافي ٦٨، صافي ٧٠، صافي ٧٢، صافي ٧٤، صافي ٧٦، صافي ٧٨، صافي ٨٠، صافي ٨٢، صافي ٨٤، صافي ٨٦، صافي ٨٨، صافي ٩٠، صافي ٩٢، صافي ٩٤، صافي ٩٦، صافي ٩٨، صافي ١٠٠

د. خالد العبد الله

الجزء الأول

ميكانيكا
الجزء الثاني

ميكانيكا
الجزء الثالث

١٥

المسألة الأولى: $25 = 5 \times 5$

ليكن E, F فضاءين متجهيين، يمتلكان القاعدتين e_1, e_2, e_3 و f_1, f_2 على التوالي، ولتكن $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ و $\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ في الفضاءين E, F على التوالي.

١٥
٩

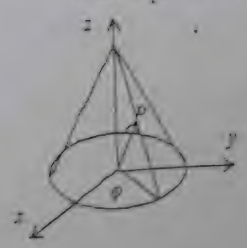
لتضع: $\alpha = 2e_1 - e_2$ و $\beta = e_1 + e_2$ المطلوب:

١. اعط قاعدة للفضاء $E \otimes F$.
٢. كم عدد بعد الفضاء $E \otimes F$.
٣. احسب $\alpha \otimes \beta$.
٤. احسب الجداء للتقليص $\alpha \cdot \beta$.
٥. إلى أي فضاء ينتمي المقدار $\alpha \otimes \beta$.

المسألة الثانية: $50 = 10 \times 5$

في الجملة الإحداثية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها وحدة، تحت تأثير قوة الجاذبية $\vec{F} = -g\vec{k}$ وتخضع للقيود المتساوية $x^2 + y^2 = (5-z)^2$ (مفروض موضع بالشكل). المطلوب:

١. طبق طريقة مضارب لاغرانج، وحدد المعادلات اللازمة لحل المسألة.
٢. اعط تابع للكون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تلم لاغرانج L بدلالة المتحول q ، الموضع، والمتحول \dot{q} ، رشتقتهما.
٣. للكمز لمرافقي المتحولين q, \dot{q} بالرمزين σ, τ على الترتيب، لوجد تحويل لوجندر، واعط تابع مسلتون H .
٤. ارجع أن σ تكتل لول.
٥. استنتج أن سرعة الدوران الزاوي $|\dot{\phi}|$ تكون لبطر كلما ابتد المتحرك عن ريس المخروط.



المسألة الثالثة: $25 = 5 \times 5$

اجب بصرح أو بخطا (فقط) عما يلي:

١. إذا كان F تكاملاً أولياً، فإن $F^2 + F$ تكاملاً أولياً، بالضرورة.
٢. التكاملات الأولية هي مقادير معروفة.
٣. قانون نيوتن يكفي وحده لحل كل مسائل الميكانيك.
٤. عدد معادلات مسلتون، هو نفس عدد معادلات لاغرانج.
٥. مثالية القيود تعني انعدام ردود أفعالها.

أشبه ١: ذراع ما فيفا

مع أطيب التحيات بالتصاميم والتزيين

السؤال الثالث: $20 = 5 \times 4$

1. اكتب جميع الحلول (المتكاملة) التي تحقق المعادلة:

2. اكتب جميع الحلول (المتكاملة) التي تحقق المعادلة:

3. اكتب جميع الحلول (المتكاملة) التي تحقق المعادلة:

4. اكتب جميع الحلول (المتكاملة) التي تحقق المعادلة:

السؤال الرابع: $40 = 10 \times 4$

1. اكتب جميع الحلول (المتكاملة) التي تحقق المعادلة:

2. اكتب جميع الحلول (المتكاملة) التي تحقق المعادلة:

3. اكتب جميع الحلول (المتكاملة) التي تحقق المعادلة:

4. اكتب جميع الحلول (المتكاملة) التي تحقق المعادلة:

السؤال الخامس: $20 = 5 \times 4$

1. اكتب جميع الحلول (المتكاملة) التي تحقق المعادلة:

2. اكتب جميع الحلول (المتكاملة) التي تحقق المعادلة:

3. اكتب جميع الحلول (المتكاملة) التي تحقق المعادلة:

4. اكتب جميع الحلول (المتكاملة) التي تحقق المعادلة:

المعتمد

المعتمد

المعتمد

(1) $\frac{2(1-\alpha)}{\alpha}$: \hat{E} : مقدار التغير في \hat{E} عند تغير α بمقدار 1 وحدة

$$\gamma = \frac{2\beta(1)}{t} \quad \text{as } n \rightarrow \infty$$

...مجموعه $\{(e_1, e_2), (e_1, e_3), (e_2, e_3)\}$

$$\left. \begin{aligned} A &= e_1 + e_2 \\ B &= e_1 - e_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \wedge B = (e_1 + e_2) \wedge (e_1 - e_2) \\ = \underline{e_1 \wedge e_1} - e_1 \wedge e_2 + e_2 \wedge e_1 - \underline{e_2 \wedge e_2}$$

$$A \wedge B = -2e_1 \wedge e_2 \Leftarrow \begin{cases} e_1 \wedge e_1 + e_2 \wedge e_2 = 0 \\ e_1 \wedge e_2 = -e_2 \wedge e_1 \end{cases}$$

$$\circ A \wedge B \wedge \overline{e_1} \vdash \neg e_1 \wedge e_1 \wedge e_1$$

$$= -2 \left\{ e, \underline{\underline{e}}, \underline{\underline{e}} \right\} + e, \underline{\underline{e}}, \underline{\underline{e}} \right\} + e, \underline{\underline{e}}, \underline{\underline{e}} \right\} + e, \underline{\underline{e}}, \underline{\underline{e}} \right\}$$

$$z^{-2}(u) \in \mathcal{O}$$

1. مقدمه : در این فصل به معرفی کلیات و اهداف پژوهش پرداخته می‌شود.

$$v(A \cap B), \bar{e}_1 = (-2e_1, e_1), \bar{e}_2$$

$$-2, 0, 2, \dots, 2(e, 0, e) - e, (e, e, 1)$$

$$\rightarrow (\lambda \wedge 0) \cdot \vec{e}_1 = (-2e_1 \otimes e_1 + 2e_1 \otimes e_1)(e_1^*)$$

$$-2e_1 \otimes e_1 - 2e_1 \otimes e_2 = -2e_1 \otimes (e_1 + e_2)$$

بسم الله الرحمن الرحيم
الحمد لله الذي جعل القرآن الكريم من أجل الدنيا والآخرة

نقطة السرطان (التي نريها) : $\vec{F} = (a-r) \frac{\vec{r}}{r}$ (7)

نستخدم لحركتها للكتلة المادية P : $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

تأثير الطاقة الحركية : $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$

$\Rightarrow T = \frac{1}{2} m (x^2 + y^2 + z^2)$

تأثير الكونية V : نبدأ من الدالة N حيث :

$\text{grad } V = -\vec{F} \Rightarrow \frac{dV}{dr} = -\vec{F}$

$\Rightarrow dV = -\vec{F} \cdot d\vec{r} = -(a-r) \frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{r}$

$\Rightarrow dV = -(a-r) dr$

$\Rightarrow V = \frac{1}{2} (a-r)^2 \quad a \in \mathbb{R}^+$

تأثير الجاذبية : $L = T - V$

$L = \frac{1}{2} m (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (a-r)^2$

نقطة التوازن

الافتراضات : $q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z$ حيث $p_1 = x, p_2 = y, p_3 = z$ $q_i = \frac{\partial L}{\partial p_i}$ بالاشتقاق

$X = \frac{\partial L}{\partial x} = m \dot{x} \Rightarrow \dot{x} = \frac{X}{m}$
 $Y = \frac{\partial L}{\partial y} = m \dot{y} \Rightarrow \dot{y} = \frac{Y}{m}$
 $Z = \frac{\partial L}{\partial z} = m \dot{z} \Rightarrow \dot{z} = \frac{Z}{m}$

ملاحظة : من الضروري هنا أن نكتب نقطة التوازن ونضع المشتقة بطرف \vec{r} الذي يظهر

تأثير هاميلتون : $H = \left(\sum_i q_i p_i - L \right) \circ \mathcal{U}(p, q)$

$\Rightarrow H = \left[X \cdot x + Y \cdot y + Z \cdot z - \frac{1}{2} m (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (a-r)^2 \right] \circ \mathcal{U}(x, y, z, X, Y, Z)$

$$\Rightarrow H = X \frac{x}{a} + Y \frac{y}{a} + Z \frac{z}{a} = \frac{1}{a} (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$= \frac{1}{a} (x^2 + y^2 + z^2) = \frac{1}{a} \frac{1}{m} (x^2 + y^2 + z^2) = \frac{1}{a} (a-r)^2$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2m} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{a} (a-r)^2$$

... (text) ...

$$\{H, C_1\} = 0 \quad \text{... (text) ...}$$

$$\{H, C_1\} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial C_1}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial C_1}{\partial z} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial C_1}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial C_1}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial C_1}{\partial z}$$

$$= \left(\frac{x}{a} \right) (0) - \left(\frac{y}{a} \right) (0) + \left(\frac{z}{a} \right) (0) = 0$$

$$= 0 + 0 + 0 = 0$$

$$= 0 = \left(\frac{a-r}{r} \right) (0) = 0$$

... (text) ...

$$\{C_1, C_2\} = \dots$$

$$\{C_1, C_2\} = \frac{\partial C_1}{\partial x} \frac{\partial C_2}{\partial x} + \frac{\partial C_1}{\partial y} \frac{\partial C_2}{\partial y} + \frac{\partial C_1}{\partial z} \frac{\partial C_2}{\partial z}$$

$$= \left(\frac{x}{a} \right) \left(\frac{y}{a} \right) - \left(\frac{y}{a} \right) \left(\frac{x}{a} \right) + \left(\frac{z}{a} \right) \left(\frac{z}{a} \right) = \frac{z^2}{a^2}$$

by ...

نموذج كلاس ٨

حل السؤال الاول :

[1] لتعرف أول كم عدد أبعاد قاعدة هذا الفضاء ويعطى بالمستور : $\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}$

لنأخذ $n=4 \Leftrightarrow 4 = \frac{4(3)(2)}{3 \times 2 \times 1}$

شكله القاعدة : $\{(e_1 \wedge e_2 \wedge e_3), (e_1 \wedge e_2 \wedge e_4), (e_1 \wedge e_3 \wedge e_4), (e_2 \wedge e_3 \wedge e_4)\}$

[2] قبل الحساب علينا تحديد M من جداء تانغين إلى ④ وذلك اعتماداً على المستور

$$M_1 \wedge M_2 = M_1 \otimes M_2 - M_2 \otimes M_1$$

دعنا نأخذ

$$e_1 \wedge e_2 \wedge e_3 = e_1^+ \otimes e_2^+ \otimes e_3^+ - e_1^+ \otimes e_3^+ \otimes e_2^+ + e_2^+ \otimes e_3^+ \otimes e_1^+ - e_2^+ \otimes e_1^+ \otimes e_3^+ + e_3^+ \otimes e_1^+ \otimes e_2^+ - e_3^+ \otimes e_2^+ \otimes e_1^+$$

هذا يمكن التنبؤ بترتيب
لشكله التنبؤ بترتيب

النتيجة :

$$\begin{aligned} M_1 \cdot (e_1 - e_2, e_3, e_4) &= e_1^+ (e_1 - e_2) \otimes e_2^+ (e_3) \otimes e_3^+ (e_4) \\ &+ e_2^+ (e_1 - e_2) \otimes e_3^+ (e_3) \otimes e_1^+ (e_4) \\ &+ e_3^+ (e_1 - e_2) \otimes e_1^+ (e_3) \otimes e_2^+ (e_4) \\ &- e_1^+ (e_1 - e_2) \otimes e_3^+ (e_3) \otimes e_2^+ (e_4) \\ &- e_2^+ (e_1 - e_2) \otimes e_1^+ (e_3) \otimes e_3^+ (e_4) \\ &- e_3^+ (e_1 - e_2) \otimes e_2^+ (e_3) \otimes e_1^+ (e_4) \end{aligned}$$

$$= 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + (-1)(1)(1) = -1$$

[3] عدد أبعاد الفضاء E^3 يعطى بالمستور : $\frac{n(n-1)}{2!}$

لنأخذ $n=4$ شكله $\frac{4(4-1)}{2 \times 1}$

عدد الأبعاد = 6

[4] نستخدم طريقة الحذف ⑤ نأخذ $e_1 \wedge e_2$ حسب المستور $M_1 \wedge M_2 = M_1 \otimes M_2 - M_2 \otimes M_1$

$$\Rightarrow e_1 \wedge e_2 = e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1$$

$$\begin{aligned} e_1 \wedge e_2 (e_1, e_2) &= (e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1) (e_1, e_2) \\ &= e_1 e_1 \otimes e_2 e_2 - e_2 e_1 \otimes e_1 e_2 \\ &= 0 + 0 + 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

في الميكانيكا الكلاسيكية

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = \vec{R} = r\vec{e}_r$$

$$\Rightarrow d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} = d\vec{R} = dr\vec{e}_r + r d\vec{e}_r$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

نلاحظ ان \vec{v} هو السرعة في الاتجاه \vec{e}_r ، \vec{e}_r هو الاتجاه الشعاعي، \vec{e}_θ هو الاتجاه المماسي، \vec{e}_ϕ هو الاتجاه العرضي.

الطاقة الحركية $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$

$$= \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$$

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$$

$$= \vec{F} = -\text{grad } U$$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = -\text{grad } U \cdot d\vec{r} = -dU$$

الطاقة الحركية T هي دالة في \vec{r} و $\dot{\vec{r}}$.

$$\Rightarrow \vec{F} \cdot d\vec{r} = -dU$$

$$\Rightarrow -dU = \left[\frac{-R}{R^2} + z\vec{k} \right] \cdot [d\vec{R} + dz\vec{k}]$$

$$= \frac{-R \cdot dR}{R^2} + z dz = -\frac{1}{R} dR + z dz$$

$$= -\frac{dR}{R} + z dz$$

$$\Rightarrow -dU = d\left(\frac{1}{R}\right) + z dz = d\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2} z^2\right)$$

$$U = -\frac{1}{R} - \frac{1}{2} z^2$$

$$L = T - U$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \left(-\frac{1}{R} - \frac{1}{2} z^2\right)$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{R} + \frac{1}{2} z^2$$

$$\left. \begin{aligned} p_1 = x, & \quad q_1 = \dot{x} \\ p_2 = y, & \quad q_2 = \dot{y} \\ p_3 = z, & \quad q_3 = \dot{z} \end{aligned} \right\}$$

$$X = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \dot{x}$$

$$Y = \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = \dot{y}$$

$$\left. \begin{aligned} X &= \dot{x} \\ Y &= \dot{y} \\ Z &= \dot{z} \end{aligned} \right\}$$

المتغيرات العامة q_i هي x, y, z

[5] هاملتون مستطال : مستطال $H(p, q)$ $\Rightarrow H(p, q) = \sum_{i=1}^n (p_i \dot{q}_i - L)$

$$= (x \dot{x} + y \dot{y} + z \dot{z} - L) = H(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$$

$$= x \dot{x} + y \dot{y} + z \dot{z} - \left[\frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{R^2} + \frac{1}{2} \dot{z}^2 \right]$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{R^2} - \frac{1}{2} \dot{z}^2$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{R^2} - \frac{1}{2} \dot{z}^2$$

• معادلات هاملتون : $\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}$, $\dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$

$$x, y, z \Rightarrow \dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i}$$

$$x, \frac{\partial H}{\partial x} = x \Rightarrow x = x \quad \dots \textcircled{1}$$

$$y, \frac{\partial H}{\partial y} = y \Rightarrow y = y \quad \dots \textcircled{2}$$

$$z, \frac{\partial H}{\partial z} = z \Rightarrow z = z \quad \dots \textcircled{3}$$

$$x, \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{-x}{R^2} \Rightarrow x = \frac{-x}{R^2} \quad \dots \textcircled{4}$$

$$y, \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{-y}{R^2} \Rightarrow y = \frac{-y}{R^2} \quad \dots \textcircled{5}$$

$$z, \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{-z}{R^2} \Rightarrow z = \frac{-z}{R^2} \quad \dots \textcircled{6}$$

[6] لبنث : $H_1 = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{1}{R^2}$ هاملتون اولي :

رشته يكدمه H_1 هاملتون اولي بسته است به $\{H_1, H_2\}$

$$\{H_1, H_2\} = \frac{\partial H_1}{\partial x} \frac{\partial H_2}{\partial x} + \frac{\partial H_1}{\partial y} \frac{\partial H_2}{\partial y} + \frac{\partial H_1}{\partial z} \frac{\partial H_2}{\partial z} - \frac{\partial H_1}{\partial x} \frac{\partial H_2}{\partial x} - \frac{\partial H_1}{\partial y} \frac{\partial H_2}{\partial y} - \frac{\partial H_1}{\partial z} \frac{\partial H_2}{\partial z}$$

$$= \frac{1}{R^2} x - x \frac{1}{R^2} + \frac{1}{R^2} y - y \frac{1}{R^2} + \frac{1}{R^2} z - z \frac{1}{R^2} = 0$$

•••

H_1 هاملتون مستطال اولي :

$$H_1 - H_2 = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} z^2 - \left(\frac{1}{2} (x^2 + y^2) \right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4} (x^2 + y^2) - \frac{1}{4} (x^2 + y^2) = 0$$

$$= \frac{1}{4} z^2 - \frac{1}{4} z^2 = 0$$

در اینجا می بینیم که H_1 و H_2 هر یک از این دو تابع همبستگی هستند.
 همچنین می بینیم که H_1 و H_2 هر یک از این دو تابع همبستگی هستند.

$$\{H_1, H_2\} = \{H_1 - H_2, H_1\} = \{H_1, H_1\} - \{H_2, H_1\} = 0 - 0 = 0$$

بنابراین H_1 و H_2 همبستگی هستند.

$$\{H_1, H_2\} = 0 \Rightarrow$$

$$\{H_1, H_2\} = \frac{\partial H_1}{\partial x} \frac{\partial H_2}{\partial y} - \frac{\partial H_1}{\partial y} \frac{\partial H_2}{\partial x} + \frac{\partial H_1}{\partial z} \frac{\partial H_2}{\partial z} - \frac{\partial H_1}{\partial z} \frac{\partial H_2}{\partial z}$$

$$= \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} z^2 - \left(\frac{1}{2} (x^2 + y^2) \right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \{H_1, H_2\} = 0$$

بنابراین H_1 و H_2 همبستگی هستند.

در اینجا می بینیم که

1. H_1

2. H_2

3. H_3

4. H_4

در اینجا می بینیم که

جامعة البعث
 كلية العلوم
 قسم الرياضيات
 الميكانيك التفاضلي
 رابعة ميكانيك
 حزيران ٨٠
 الاسم
 الرقم
 القيد
 ١٣٧٨
 السيد
 احمد الزمان

الموالم الأول : $20 = 5 \times 4$

امكن للنضاء المتضمن E ، القسبي البند والمزود بالقاعدة $\Omega_E = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$. لكن $\Omega'_E = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ القاعد
 التوية ، الموافقة لـ Ω_E ، في النضاء E ، المطلوب :

1. اعط قاعدة للنضاء $E \vee E$ ، $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$
2. ما عدد ابعاد النضاء $E \wedge E$ ، \vec{e}_1, \vec{e}_2
3. احسب الجداء التفاضلي $\vec{e}_1 \wedge \vec{e}_2$ ، $\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$ ، \vec{e}_1, \vec{e}_2
4. ما هو النضاء $E \wedge E$ ، \vec{e}_1, \vec{e}_2

الموالم الثاني : $10 = 10 \times 10$

تتحرك نقطة مادية ، ذات كتلة واحدة ، في حلبة عمالية مغلقة ونظامية (x, y) ، مزودة قريباً بنقطة

الواحدة $(1, 1)$ ، وتتحرك هذه النقطة لحقل القوى $\vec{F} = -\frac{x}{1+x^2} \vec{i} - \frac{y}{1+y^2} \vec{j}$ ، حيث \vec{i}, \vec{j} هي متجهات

الوحدة ، المطلوب : $\vec{r} = \sqrt{x^2 + y^2} + z^2$

اكتب ثلث لاغرانج L ، واستنتج قيم التحولات X, Y, Z ، الموافقة قريباً للمتحولات x, y, z ، وذلك
 هذه التحولات ، راسمها

اعطى ماملونى المسألة II ، واكتب معادلات ماملون ،

امكن الدالة $(X, Y, Z) = z(X^2 - Y^2) + y(Z - X) + x(Y - Z)$ بين كونها أو عدم كونها تكاملاً أولياً ،

احسب قيم القواسم براسون التالية : $n = 1, 2, \dots$ ، $\vec{r} = (x, y, z)$

الموالم الثالث : 5×4

احسب بطلية صبح ، أو بطلية خطا لنقل عن كل مما يلي :

1. عدد متغيرات لاغرانج ، في نفس عدد القسود
2. كل الانقذالات الممكنة للنقطة المادية ، في المبدأ ، فكل ان تكون التفاضل
3. كل تكامل اولي يمارض تابع حقلون الموائع
4. معادلات لاغرانج في معادلات تفاضلية مترتبة

مع اشارة التعديلات بالصياح والقيم
 الشاهد : حالة التصادم

في السطر الأول

نلاحظ ان السطر الأول من المصفوفة هو المتجه $(1, 0, 0, \dots, 0)$ في \mathbb{R}^n حيث $n = \frac{n(n+1)}{2}$

$$E^{\alpha_1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

نلاحظ ان السطر الثاني من المصفوفة هو المتجه $(0, 1, 0, \dots, 0)$ في \mathbb{R}^n حيث $n = \frac{n(n+1)}{2}$

نلاحظ ان السطر الثالث من المصفوفة هو المتجه $(0, 0, 1, \dots, 0)$ في \mathbb{R}^n حيث $n = \frac{n(n+1)}{2}$

$$E^{\alpha_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 0 &= (e_1 + 2e_2) \cdot (e_1 + 2e_2) = (e_1 + 2e_2) \cdot (e_1 + 2e_2) \\ &= e_1 \cdot e_1 + 2e_1 \cdot e_2 + 2e_2 \cdot e_1 + 4e_2 \cdot e_2 \\ &= 1 + 4 = 5 \end{aligned}$$

المصفوفة $E^{\alpha_1} E^{\alpha_2}$ هي المصفوفة

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{6} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

في حالات $n=1, 2, 3, \dots$ حيث $n \leq m$ هو المتجه

$$0 = \frac{n(n+1)(n+2)}{6} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

Soheib
atwad

السرعة الزاوية $\vec{\omega} = \frac{\vec{v}}{r} = \vec{\omega}$

1) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$: الموقع للكتلة المادية

لحساب السرعة الزاوية

• حساب الطاقة الحركية : $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$: $m = 1$

$\Rightarrow T = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

• حساب الطاقة الكامنة : نبتة من دالة V معينة
 $\text{grad } V = -\vec{F} \Rightarrow \frac{dV}{dr} = -F$

نضرب الطرفين بـ $d\vec{r}$: $dV = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$

$= \left(\frac{r}{r} + r \right) d\vec{r}$

$= \frac{r}{r} d\vec{r} + r d\vec{r}$

$= \frac{r}{r} dr (1+r)$

$\Rightarrow dV = (1+r) dr \Rightarrow V = \frac{1}{2} (1+r)^2$

$L = T - V$: نحسب L من T و V

$\Rightarrow L = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (1+r)^2$; $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

• تحويل لاجرانج

$x = \frac{\partial L}{\partial p_x} = x$

$y = \frac{\partial L}{\partial p_y} = y$

$z = \frac{\partial L}{\partial p_z} = z$

$\Leftarrow q_i = \frac{\partial L}{\partial p_i}$: من العلاقات

$\begin{cases} q_1 = x & p_1 = x \\ q_2 = y & p_2 = y \\ q_3 = z & p_3 = z \end{cases}$

$H = \left(\sum_{i=1}^3 q_i p_i - L \right) \circ \mathcal{U}(p, q)$: هاملتونيان H 2

$= [x \cdot x + y \cdot y + z \cdot z - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1+r)^2] \circ \mathcal{U}(x, y, z, x, y, z)$

$= x \cdot x + y \cdot y + z \cdot z - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1+r)^2$

$= (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1+r)^2$

$\Rightarrow H = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1+r)^2$

$P_x = \frac{\partial H}{\partial q_x}$
 $q_x = \frac{\partial H}{\partial P_x}$

$x = \frac{\partial H}{\partial X} = X \Rightarrow x - X = 0 \quad \text{--- (1)}$

$y = \frac{\partial H}{\partial Y} = Y \Rightarrow y - Y = 0 \quad \text{--- (2)}$

$z = \frac{\partial H}{\partial Z} = Z \Rightarrow z - Z = 0 \quad \text{--- (3)}$

$X' = \frac{\partial H}{\partial x} = x \left(\frac{1+y}{r} \right) \Rightarrow X' - x \left(\frac{1+y}{r} \right) = 0 \quad \text{--- (4)}$

$Y' = \frac{\partial H}{\partial y} = y \left(\frac{1+x}{r} \right) \Rightarrow Y' - y \left(\frac{1+x}{r} \right) = 0 \quad \text{--- (5)}$

$Z' = \frac{\partial H}{\partial z} = z \left(\frac{1+x}{r} \right) \Rightarrow Z' - z \left(\frac{1+x}{r} \right) = 0 \quad \text{--- (6)}$

\boxed{H} عند نقطة العالم F تكون اداية يجب تحقق الشرط :

$$\{H, F\} = \frac{\partial H}{\partial X} \frac{\partial F}{\partial X} - \frac{\partial H}{\partial X'} \frac{\partial F}{\partial X'} + \frac{\partial H}{\partial Y} \frac{\partial F}{\partial Y} - \frac{\partial H}{\partial Y'} \frac{\partial F}{\partial Y'} + \frac{\partial H}{\partial Z} \frac{\partial F}{\partial Z} - \frac{\partial H}{\partial Z'} \frac{\partial F}{\partial Z'}$$

$$= X(Y-Z) - \left(-x \left(\frac{1+y}{r}\right)\right)(-y+Z)$$

$$+ Y(Z-X) - \left(-y \left(\frac{1+x}{r}\right)\right)(x-Z)$$

$$+ Z(X-Y) - \left(-z \left(\frac{1+x}{r}\right)\right)(-x+Y)$$

$$= XY - XZ + YZ - XY + XZ - YZ$$

$$- \left(\frac{1+y}{r}\right) [-x^2 + xZ + xY - yZ - xZ + YZ]$$

$$= 0 - 0 + 0 - \left(\frac{1+y}{r}\right) [0 - 0 - 0] = 0$$

$$\{H, F\} = 0$$

التالي من انتراسيبراكون

§ ٤. اشراف براسه $\{F, r^n\}$: $n=1, 2, \dots$

• $n=1$: $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ بكنه

$$\{F, r\} = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial r}{\partial z} \\ + \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial r}{\partial z}$$

$$= (\cancel{y+z}) \cdot (\cancel{0}) - (\cancel{y+z}) \cdot (\cancel{z}) + (\cancel{z-x}) \cdot (\cancel{0}) - (x-z) \cdot (\frac{z}{r}) \\ + (x-y) \cdot (\cancel{0}) - (-x+y) \cdot (\frac{z}{r})$$

$$= 0 \quad \frac{1}{r} [zy + xz - xz + yz + xz - yz] = 0$$

• $n=1$: $\{F, r\} = 0$ بكنه

• $n=2$: $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ بكنه

$$\{F, r^2\} = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial z} \\ + \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \frac{\partial r^2}{\partial z}$$

$$= (\cancel{y-z}) \cdot (\cancel{0}) - (\cancel{y+z}) \cdot (2x) + (\cancel{z-x}) \cdot (\cancel{0}) - (x-z) \cdot (2y) \\ + (x-y) \cdot (\cancel{0}) - (-x+y) \cdot (2z)$$

$$= -2xy - 2xz - 2xy - 2yz + 2xz + 2yz - 2xy - 2z \\ = 0$$

• $n=2$: $\{F, r^2\} = 0$ بكنه

• $n=3$: $\{F, r^3\} = 0$ بكنه

• $n=4$: $\{F, r^4\} = 0$ بكنه

• $n=5$: $\{F, r^5\} = 0$ بكنه

• $n=6$: $\{F, r^6\} = 0$ بكنه

• $n=7$: $\{F, r^7\} = 0$ بكنه

• $n=8$: $\{F, r^8\} = 0$ بكنه

• $n=9$: $\{F, r^9\} = 0$ بكنه

(درجہ)

(۸)

الامم، لیسڈا ہلان

المہذبہ التعلیمی

جامعہ البعث

الرقم

سنة رابعة

خطة العلوم

طالبون ۰۷

قسم الرياضيات

X

الموالم الأول، 20 = 5 x 4

ليكن الفضاء الشعاعي E المزود بالقاعدة $\Omega = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ وليكن كاعينها الثتوية

$\Omega^* = (\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*)$ ليكن الفضاء E^* ليكن ايضا الموتران (التشويران)،

$$\mu = \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3, \quad \nu = \vec{e}_1^* \otimes \vec{e}_2^* + \vec{e}_2^* \otimes \vec{e}_3^*$$

احسب نتج الجداء التقلوي $\alpha = \mu \cdot \nu$ (للمركبة الثانية من μ مع الاولى من ν)،

احسب نتج الجداء التقلوي $\beta = \nu \cdot \mu$ (للمركبة الثانية من ν مع الاولى من μ)،

هل العلاقة $\alpha = \beta$ صحيحة،

اعطى قاعدة للفضاء $E \wedge E \wedge E$.

الموالم الثاني، 40 = 10 x 4

تتحرك لنقطة مادية، ذات كتلة واحدة، لي مستقر، مزود بالجملة المتعامدة النظامية Oxy ، خاضعة لحقل القوي

$$\vec{F} = -(y\vec{i} + x\vec{j})$$

اكتب تابع لاغرانج L وعبارة المتحولات X, Y المرافقة على الترتيب للمتحولات x, y بدلالة

المتحولات x, y, \dot{x}, \dot{y} .

اعطى H ، هاميلتوني المسألة، واكتب معادلات هاميلتون الأربعة،

بين كون أن عدم كون الدالة $H = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + XY$ تكاملا اوليا لمسألة،

أوجد التحويل القانوني المولد بالدالة $G = \frac{\sqrt{2}}{2}[x(X_1 - Y_1) + y(X_1 + Y_1)]$ وفق العلاقة

$$Xdx + Ydy + x_1dX_1 + y_1dY_1 = dG(x, y, X_1, Y_1)$$

الموالم الثالث، 20 = 5 x 4

أجب بكلمة صح، أو بكلمة خطأ فقط عن كل مما يلي،

إذا كانت الدالة G تكاملا أريايا، بالتحفة لمسألة هاميلتونها H ، كان $G + H$ تكاملا أريايا، صح

فلون نيوتن يكفي وحده لحل مسائل مجموعات النقط المادية المتينة،

إذا كانت الدالة H ، تكاملا أريايا، بالنسبة لمسألة هاميلتونها H ، كانت الدالتان H و H' متعارفتان،

التحويل القانوني يحافظ على الشكل التفاضلي (الخطية)، وتابع هاملتون،

مع الطول المتغيرات بالنداج والوقت

المتغير حالة المحافظ

your time
is precious

فصل اول

۰۰۷

شماره

البرهان الأول

$$\begin{aligned} \alpha &= \mu \cdot \nu = (\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3) \cdot (\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3) = \\ &= \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 + \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3 \\ &= \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 + \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3 \\ &= \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 \cdot \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3 = 0 \end{aligned}$$

$$\beta = \nu \cdot \mu = 0$$

$$\beta \in E \otimes E$$

$$\alpha \in E \otimes E$$

تطبيق الكثر بين قوسين هو شرح لعملية التقليل

المتجهات α, β هي كمية متجهة لها

$$L \in E \otimes E$$

البرهان الثاني

من المستطاعة المادية نترك في مستندنا ثانياً في (x, y) نقطة

$$\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 \quad \vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 \quad \vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$$

$$L = T - V$$

$$T = \frac{1}{2} m \dot{\vec{r}}^2 = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$$

$$\vec{F} = -\nabla V = 0$$

$$\Rightarrow - (y\vec{e}_1 + x\vec{e}_2) = - \left(\frac{\partial V}{\partial x} \vec{e}_1 + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{e}_2 \right) \Rightarrow y\vec{e}_1 + x\vec{e}_2 = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{e}_1 + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{e}_2$$

$$\Rightarrow y dx + x dy = dV \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial x} dx + \frac{\partial L}{\partial y} dy = dV \Rightarrow$$

$$V = x \cdot y$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - x \cdot y$$

$$q_1 = x, q_2 = y, p_1 = m \dot{x}, p_2 = m \dot{y}$$

$$X = \frac{\partial L}{\partial p_1} = x, Y = \frac{\partial L}{\partial p_2} = y$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_1} = x$$

فلا ملة

$V^{\alpha} = V^{\beta} = V^{\gamma} = 0$

تأليف الدكتور بيبي قدسيه مع شرح لعلامة القاضيه

$$\{ \{ P \in L^0(\mathcal{O}) \mid$$
$$N \in E \otimes E$$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
 $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

السلامة

۱- کف شیشه به مقدار ۱۰۰۰ گرم

$\Gamma \Lambda E \Lambda E$ Γ $\bar{e}_1 \wedge \bar{e}_2 \wedge \bar{e}_3$

کتاب الہیاتی

مبادئ السلطة العامة تترك في مستقرها ~~الأساسي~~ (y, x) أصل

July 1950

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad \text{و} \quad \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$
$$\vec{r} = R\vec{e}_r + z\vec{e}_z$$
$$y = \frac{1}{x} + 96$$
$$L_2: T \rightarrow Y$$

صاحب نامہ پروفیسر

$$V = \frac{1}{2} m \dot{\phi}^2 = \frac{1}{2} (x'^2 + y'^2)$$

میں نے اس کے لئے ایک نیا نام رکھا ہے۔

$$\vec{F} = -\gamma \nabla V = -\vec{g}$$

طابقہ - ۱

$$(y^{\text{---}} + x^{\text{---}}) = - \left(\frac{\partial V}{\partial x} i + \frac{\partial V}{\partial y} j \right) \Rightarrow y^{\text{---}} + x^{\text{---}} = \frac{\partial V}{\partial x} i + \frac{\partial V}{\partial y} j$$

لنقرب التفاضلية بـ $d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j}$ نجد

$$\text{if } y dx + x dy = dV \Rightarrow \frac{dy}{dx} d(x \cdot y) = dV \Rightarrow$$

V. 100. 13

$$\Rightarrow \int \left(1 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \right) - 2xy$$
$$q_1 = X, q_2 = Y, \quad p_1 = u, p_2 = v$$
$$x = \frac{\partial L}{\partial u} \quad , \quad y = \frac{\partial L}{\partial v} \quad ,$$
$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = q_i$$

محمد علي لورستان

$$\text{Ex } H = \left(\sum_{i=1}^n \dot{p}_i^2 \gamma_i - L \right) = \phi(x, y, X, Y)$$

$$H = \left(\dot{p}_1^2 \gamma_1 + \dot{p}_2^2 \gamma_2 - L \right) = \phi(x, y, X, Y)$$

$$H = \left[\frac{1}{2} \dot{X}^2 + \frac{1}{2} \dot{Y}^2 - \left(\frac{1}{2} (x^2 + y^2) + \omega^2 \right) \right] = \phi$$

$$= \frac{1}{2} \dot{X}^2 + \frac{1}{2} \dot{Y}^2 - \frac{1}{2} (X^2 + Y^2) + \omega y$$

$$H = \frac{1}{2} (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \omega y$$

$$\left[p_i = \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_i} \right], \left[q_i = - \frac{\partial H}{\partial \dot{p}_i} \right] \quad (i=1,2)$$

$$L=1 \Rightarrow \dot{p}_1 = \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_1} \Rightarrow x = \frac{\partial H}{\partial X} = X \Rightarrow X=x$$

$$L=2 \Rightarrow \dot{p}_2 = \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_2} \Rightarrow Y=y$$

$$q_1 = - \frac{\partial H}{\partial \dot{p}_1}$$

$$L=1 \Rightarrow \dot{q}_1 = - \frac{\partial H}{\partial \dot{p}_1} \Rightarrow X = - \frac{\partial H}{\partial x} = -y \Rightarrow X+y=0$$

$$L=2 \Rightarrow \dot{q}_2 = - \frac{\partial H}{\partial \dot{p}_2} \Rightarrow Y = - \frac{\partial H}{\partial y} = x \Rightarrow Y-x=0$$

$$\{H, F\} = 0$$

$$\{H, F\} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial X} + \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial Y} - \frac{\partial H}{\partial X} \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial Y} \frac{\partial F}{\partial y}$$

$$= \dot{y} \cdot y + x \cdot X - X \cdot x - Y \cdot Y = 0$$

$$G = \frac{\sqrt{2}}{2} [x(X-Y) + Y(X+Y)]$$

$$X dx - Y dy + x dx + y dy = dG(x, y, X, Y) =$$

Calculus

$$= \frac{\partial G}{\partial x} dx + \frac{\partial G}{\partial y} dy + \frac{\partial G}{\partial X} dX + \frac{\partial G}{\partial Y} dY$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} (X-Y) dx + \frac{\sqrt{2}}{2} (X-Y) dy + \frac{\sqrt{2}}{2} (X+Y) dx + \frac{\sqrt{2}}{2} (X+Y) dy$$

د ٣

بالمطابقة نجد

$$X = \frac{\sqrt{2}}{2} (X_1 - Y_1) \quad (1)$$

$$Y = \frac{\sqrt{2}}{2} (X_1 + Y_1) \quad (2)$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (x + y) \quad (3)$$

$$y_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (y - x) \quad (4)$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} (x_1 + y_1) \quad (5)$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2} (x_1 - y_1) \quad (6)$$

في المعامل
القابل
للانقلاب

١١، ١٢، ١٣، ١٤

١ (٢) و (٣) و (٤) و (٥) و (٦) هي التحويلات القابلة للعكس

بالمطابقة: أوجد التآكي - هذه التحويلات قابلة للعكس

السؤال الثالث

$$\boxed{1} \text{ مع } \{G, H\} = \{G, H\} + \{H, H\} = \{G, H\} + \{H, H\} = \{G, H\} + \{H, H\}$$

بالمطابقة نجد

خطأ

٢ مع F - أوجد التآكي - هذه التحويلات قابلة للعكس

بالمطابقة نجد: أوجد التآكي - هذه التحويلات قابلة للعكس

٣ مع F - أوجد التآكي - هذه التحويلات قابلة للعكس

ل. ت. و = المعادلة الأولى

$$\Rightarrow L = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2}r^2 \quad \text{و } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

0 = معادلة لاجرانج

$$\begin{matrix} q_1 = x & p_1 = x \\ q_2 = y & p_2 = y \\ q_3 = z & p_3 = z \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{\partial L}{\partial p_i} \quad \text{مع الاستمرار}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \\ y &= \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \\ z &= \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$H = \left(\sum_{i=1}^3 p_i^2 - L \right) \circ J(p, q) \quad \text{معادلة هاميلتون}$$

$$\Rightarrow H = \left[x^2 + y^2 + z^2 + \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2}r^2 \right] \circ J(4, 1, 2, x, y, z)$$

$$= (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2}r^2$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2}r^2$$

0 = معادلات هاميلتون

$$\begin{matrix} \text{نقطة} & q_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} & p_i = \frac{\partial H}{\partial q_i} & \text{معادلات هاميلتون} \end{matrix}$$

$$x = \frac{\partial H}{\partial x} = x \Rightarrow x - x = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$y = \frac{\partial H}{\partial y} = y \Rightarrow y - y = 0 \quad \text{--- (2)}$$

$$z = \frac{\partial H}{\partial z} = z \Rightarrow z - z = 0 \quad \text{--- (3)}$$

$$x = \frac{\partial H}{\partial x} = x r^2 \Rightarrow x - x r^2 = 0 \quad \text{--- (4)}$$

$$y = \frac{\partial H}{\partial y} = y r^2 \Rightarrow y - y r^2 = 0 \quad \text{--- (5)}$$

$$z = \frac{\partial H}{\partial z} = z r^2 \Rightarrow z - z r^2 = 0 \quad \text{--- (6)}$$

د. م. و. = معادلات هاميلتون

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \left(\frac{1}{2} r^2 \right) = \left[\frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) \right] \\ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2 + z^2) = x r^2$$

0 = تعيين من (4) و (5) و (6)

Sheeb

14. $\{H, F\} = 0$ شرطاً : H و F دالة هاملتونية

$$\begin{aligned} \{H, F\} &= \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial t} \frac{\partial F}{\partial t} \\ &= (x)(y) - (-x^2)(-1) + (y)(-x) - (-y^2)(1) \\ &\quad + (z)(0) - (-z^2)(0) \end{aligned}$$

$$= xy - x^2 - xy + y^2 + 0 - 0 = 0$$

الشرط محقق ، دالة F تكاملية في H .

15. $\{G_1, G_2\} = 0$ شرطاً : G_1 و G_2 دالة هاملتونية

$$\begin{aligned} \{G_1, G_2\} &= \frac{\partial G_1}{\partial x} \frac{\partial G_2}{\partial x} - \frac{\partial G_1}{\partial y} \frac{\partial G_2}{\partial y} + \frac{\partial G_1}{\partial z} \frac{\partial G_2}{\partial z} - \frac{\partial G_1}{\partial t} \frac{\partial G_2}{\partial t} \\ &\quad + \frac{\partial G_1}{\partial t} \frac{\partial G_2}{\partial z} - \frac{\partial G_1}{\partial z} \frac{\partial G_2}{\partial t} \end{aligned}$$

$$= (z)(0) - (-z)(0) + (0)(1) - (0)(1) + (-x)(-y) - (x)(y)$$

$$= 0 - 0 + 0 + xy - yx = xy - yx = 0$$

الشرط محقق ، $\{G_1, G_2\} = 0$ ، G_1 و G_2 دالة هاملتونية .

16. $\{G_1, G_2\} = F$ شرطاً : G_1 و G_2 دالة هاملتونية

هذا السؤال ان كان

1. خطأ

2. صحيح

3. صحيح

4. خطأ

دالة هاملتونية
أو دالة
هاملتونية

السؤال الأول : $20 = 5 \times 4$

أ. احسب α ، لتج تقلص المركبة الأيونية مع الشبطين H_2O و H_2O_2 .

2. لتكن المتجهات $(\vec{f}_1 = \vec{a}_1 + \vec{e}_1 + \vec{a}_3, \vec{f}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2, \vec{f}_3 = \vec{e}_2)$ في الفضاء E المتجهي، اكتب المتجهات $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ على أساس B بكتابة $\vec{f}_i = \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} \vec{e}_j$ حيث α_{ij} هي عناصر المصفوفة A .

3. احسب β ، ثقل تقارب الجسيمات

4. على تعاري أو اختلاف المتغيرات α و β

السؤال الثاني : $40 = 10 \times 4$

تتحرك نقطة مادية، ذات كتلة واحدة، في جولة، في المستوى (نظام) (x, y) ، بالمسار المستوي،

$$\vec{x} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

المطلوب : $\vec{r} = -\frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{x^2 + y^2 + z^2}$

1. اكتب تابع لاخراج L وعبارة المتحولات X, Y, Z التي تظهر على اليمين من المتحولات x, y, z بدلالة المتحولات x, y, z, x', y', z' .

2. اعطى // فاملفوني المسألة، واكتب معادلات فاملفوني المسألة.

3. احسب $\int_{\gamma} \frac{1}{z} dz$ مشغلي لـ $\gamma(t) = 1 + i t$ H_1 وفيه ملك التواء 4π .

فيكون الفضاءين الأساسين $H_1 = xY - yX$, $H_2 = zX - xZ$

فيكون $\{H_1, H_2\}$ أساساً لـ $\mathfrak{so}(3)$ ، $[H_1, H_2] = 2H_3$ ، $[H_1, H_3] = -2H_2$ ، $[H_2, H_3] = 2H_1$

السؤال الثالث : $20 = 5 \times 4$

أحد بطاقة مسح، أو بطاقة خطأ فقط عن تلك مساوي.

1. إذا لم يظهر أحد الخصوم، أي تابع حاملون فإن مشورته المرفوعة تكون باطلية.
2. مدالات عطفون ذات القوة الباطلة.

2. معدلات فستون ذات الرقبة الأمامي هي تكاملات معدلات النمو لخاصة الرقبة الأمامي.
3. تكون الدالة F تكامل أولي للدالة f .

3. تكون الدالة F ، وكذلك أوابا لمعادلة H ، إذا وفقط إذا كانت الدالة H ، الدالة أوابا لمعادلة F .

مع أطيب التحيات والصالحات

May 11, 1961

حليل

المجموعة المتولدات

نقل المتجهات الى المثلث

$$M = e_1 \otimes e_1^* + 2e_1 \otimes e_2^* - 2e_2 \otimes e_1^* + e_2 \otimes e_2^* \quad [1]$$

$$\Rightarrow \alpha = 1 + 2(1) - 2(1) + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = 0}$$

$$\Rightarrow \{f_1 = -e_1 + e_2, f_2 = e_1, f_3 = e_2\} \quad [2]$$

$$\bar{f}_i = A \bar{e}_i \quad i=1,2,3 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad \text{أي أنه كتبنا الجداء سميا شكلا}$$

مفهوم آخر متعلقة عناصر المصفوفة عناصر القات سميا عناصر القات المتجهة *

$$\bullet f_i = A_{ij} e_j \Rightarrow e_j = A^{-1} f_i$$

$$\bullet A^{-1} = \frac{1}{|A|} \tilde{A} \quad \tilde{A} : \text{نفس المصفوفة عكسها}$$

$$\bullet |A| = -1, A_{ij} = \begin{matrix} \text{بالترتيب} \\ A_{11}=1 & A_{12}=0 & A_{13}=1 \\ A_{21}=0 & A_{22}=0 & A_{23}=1 \\ A_{31}=2 & A_{32}=1 & A_{33}=0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} e_1 = -f_1 - f_2 + 2f_3 \\ e_2 = f_2 \\ e_3 = f_2 + f_3 \end{cases}$$

$$e^* = B \cdot f^* \quad \text{كل متجه عناصر المصفوفة سميا عناصر القات}$$

$$B = (C^T)^{-1}$$

$$B = (C^T)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{نفس المصفوفة عكسها}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} f_1^* \\ f_2^* \\ f_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^* \\ e_2^* \\ e_3^* \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} e_1^* = -f_1^* \\ e_2^* = f_1^* + f_2^* + f_3^* \\ e_3^* = f_1^* + f_2^* \end{cases}$$

المجموع M هو مجموع p من $\{x\}$

$$M = \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1^* + 2 \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2^* - 2 \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1^* + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2^*$$

$$\circ \otimes \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2^* = [(-f_1 + f_2 + f_3)] \otimes [(-f_1^*)] = f_1 \otimes f_1^* - f_2 \otimes f_1^* - 2 f_3 \otimes f_1^*$$

$$\circ \otimes -2 \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1^* = [(-2 f_2 \otimes (f_1^* + f_2^* + f_3^*))] = -2 f_2 \otimes f_1^* - 2 f_2 \otimes f_2^* - 2 f_2 \otimes f_3^*$$

$$\circ \otimes \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2^* = [(f_1 + f_2) \otimes (f_1^* - f_2^*)] = f_1 \otimes f_1^* - f_1 \otimes f_2^* + f_2 \otimes f_1^* - f_2 \otimes f_2^*$$

$$\begin{aligned} \circ \otimes \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2^* + 2 \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1^* &= \vec{e}_1 \otimes (\vec{e}_1^* + 2 \vec{e}_2^*) \\ &= f_1 \otimes f_1^* - 2 f_1 \otimes f_2^* - 2 f_1 \otimes f_3^* - f_2 \otimes f_1^* - 2 f_2 \otimes f_2^* \\ &\quad - 2 f_2 \otimes f_3^* + 2 f_3 \otimes f_1^* + 4 f_3 \otimes f_2^* + 4 f_3 \otimes f_3^* \end{aligned}$$

المجموع M هو مجموع p من $\{x\}$

$$\circ M = -f_1 \otimes f_1^* - 2 f_1 \otimes f_2^* - 2 f_1 \otimes f_3^* - 2 f_2 \otimes f_1^* + f_2 \otimes f_2^* - 2 f_2 \otimes f_3^* + f_3 \otimes f_1^* + f_3 \otimes f_2^* + 2 f_3 \otimes f_3^*$$

المجموع M هو مجموع p من $\{x\}$

$$\Rightarrow \beta = -1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{\beta = 0}$$

$$2 \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2^* + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1^* = \boxed{2}$$

$$\left. \begin{aligned} &\alpha \in E \otimes E^* \\ &\beta \in F \otimes F^* \end{aligned} \right\}$$

Subalgebra of $\mathcal{L}(V \otimes W)$

$$F = - \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$$

السرعة الزاوية

[1] نريد أن نحس الطاقة الحركية (kinetic energy) : $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$
 $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$: سرعة

• دالة الطاقة الحركية $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$
 $T = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$ ← $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$
 • حساب الطاقة الحركية : نبدأ من الدالة $\vec{\text{grad}} U = -\vec{F}$

$$\Rightarrow \vec{\text{grad}} U = \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{\vec{r}}{r^2} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

نقوم بالخطوة التالية : $dr = \frac{1}{r} dr$
 $U = \ln r$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \ln r$$

• نكتب الدالة $q_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}$

حيث $p_1 = x, p_2 = y, p_3 = z$
 $q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z$
 $X = \frac{\partial H}{\partial p_1} = x$
 $Y = \frac{\partial H}{\partial p_2} = y$
 $Z = \frac{\partial H}{\partial p_3} = z$

[2] هاميلتونيان $H = \left(\sum_{k=1}^3 p_k q_k - U \right)$
 $H = (p_1 q_1 + p_2 q_2 + p_3 q_3 - U)$
 $= (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \ln r$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \ln r$$

• نكتب الدالة $p_k = \frac{\partial H}{\partial q_k}$

• $X = \frac{\partial H}{\partial p_1} = x \Rightarrow x = X$ (1)
 $Y = \frac{\partial H}{\partial p_2} = y \Rightarrow y = Y$ (2)
 $Z = \frac{\partial H}{\partial p_3} = z \Rightarrow z = Z$ (3)

$$\begin{cases} H_1 = \frac{1}{2} (X^2 + Y^2 - Z^2) \\ H_2 = 2Z - 2Y \end{cases}$$

$$L_{H_1} = \left\{ H_1, H_2 \right\} = \frac{\partial H_1}{\partial X} \frac{\partial H_2}{\partial X} - \frac{\partial H_1}{\partial Y} \frac{\partial H_2}{\partial Y} + \frac{\partial H_1}{\partial Z} \frac{\partial H_2}{\partial Z} - \frac{\partial H_2}{\partial X} \frac{\partial H_1}{\partial X} + \frac{\partial H_2}{\partial Y} \frac{\partial H_1}{\partial Y} - \frac{\partial H_2}{\partial Z} \frac{\partial H_1}{\partial Z}$$

$$= (0-0) \cdot (2Y-2Z) + (-Y-Z-0) \cdot (-2Y-2Z) - 2Z - 2Y - 2Z - 2Y - 2Z - 2Y = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{L_{H_1} = 0}$$

$$\begin{cases} H_2 = 2X - 2Z \\ H_3 = 2Y - 2X \end{cases} \quad \boxed{2}$$

$$\left\{ H_1, H_2 \right\} = \frac{\partial H_1}{\partial X} \frac{\partial H_2}{\partial X} - \frac{\partial H_1}{\partial Y} \frac{\partial H_2}{\partial Y} + \frac{\partial H_1}{\partial Z} \frac{\partial H_2}{\partial Z} - \frac{\partial H_2}{\partial X} \frac{\partial H_1}{\partial X} + \frac{\partial H_2}{\partial Y} \frac{\partial H_1}{\partial Y} - \frac{\partial H_2}{\partial Z} \frac{\partial H_1}{\partial Z}$$

$$= (0-0) \cdot (2-0-2) + (-Y-Z-0) \cdot (-2) - 2Z - 2Y - 2Z - 2Y - 2Z - 2Y = H_3$$

$$\boxed{\{H_1, H_2\} = H_3}$$

$$\left\{ H_2, H_3 \right\} = \frac{\partial H_2}{\partial X} \frac{\partial H_3}{\partial X} - \frac{\partial H_2}{\partial Y} \frac{\partial H_3}{\partial Y} + \frac{\partial H_2}{\partial Z} \frac{\partial H_3}{\partial Z} - \frac{\partial H_3}{\partial X} \frac{\partial H_2}{\partial X} + \frac{\partial H_3}{\partial Y} \frac{\partial H_2}{\partial Y} - \frac{\partial H_3}{\partial Z} \frac{\partial H_2}{\partial Z}$$

$$= (2-2) \cdot (0-0) + (-2-2) \cdot (-2) - 2Z - 2Y - 2Z - 2Y - 2Z - 2Y = H_1$$

$$\Rightarrow \boxed{\{H_2, H_3\} = H_1}$$

$$\boxed{\{H_3, H_1\} = H_2}$$

مجموع
15

مجموع	مجموع
X	1
Y	1
Z	1
W	1

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات
المحاضرات التطبيقية
الأمم، ديبينج / شورو
الرقم
مادة رياضية
حذرة محاذون ٦
الموالم الأول، $20 = 5 \times 4$

ليكن الفضاء الشعاعي E المزود بالقاعدة $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ ، $\Omega = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ ، ليكن أيضاً المتوتر (التشويش) التفاضلي،

$$\vec{v} = \vec{e}_2 - \vec{e}_3 \in E^*, \text{ والنتيجة } \mu = \vec{e}_1 \wedge \vec{e}_2 + 5\vec{e}_2 \wedge \vec{e}_3$$

(النتيجة تشير تبيين). المطلوب:

$$1. \text{ اكتب عبارة } \mu \text{ بدلالة القاعدة } (\vec{e}_i, \vec{e}_j, \vec{e}_k), i, j, k = 1, 2, 3.$$

$$2. \text{ احسب الجداء التقليبي } \mu, \vec{v} \text{ (تض المركبة الثانية من } \mu \text{ مع } \vec{v} \text{).}$$

$$3. \text{ ليكن القاعدة } (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3) \text{ حيث } \vec{f}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2, \vec{f}_2 = \vec{e}_2, \vec{f}_3 = \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \text{، احسب عبارة } \mu \text{ بدلالة}$$

$$\text{قاعدة الفضاء } E \text{ التالية } (\vec{f}_1 \wedge \vec{f}_2, \vec{f}_2 \wedge \vec{f}_3, \vec{f}_3 \wedge \vec{f}_1).$$

$$4. \text{ احسب الجداء التقليبي } \vec{f}_1, (\mu \otimes \vec{v}).$$

الموالم الثاني، $40 = 10 \times 4$

تتحرك نقطة مادية، ذات كتلة واحدة، في جلة مستقيمة للنامية Oxy ، غنسية لحقل القوى المركزي

$$\vec{F} = -(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) \text{، المطلوب:}$$

$$1. \text{ اوجد تابع لاغرانج } L \text{ بدلالة المتحولات } x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z} \text{، واكتب معادلات لاغرانج.}$$

$$2. \text{ اكتب عبارة المتحولات } X, Y, Z \text{ المرافقة على الترتيب المتحولات } x, y, z \text{ بدلالة المتحولات}$$

$$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z} \text{ (تحويل ليختنر).}$$

$$3. \text{ اعطى مالمقرني المسألة، واكتب معادلات هاميلتون المت،}$$

$$1. \text{ بين أن الدالة التالية } H = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 \text{ تشكل ارلي.}$$

الموالم الثالث، $20 = 5 \times 4$

اجب بكلمة صح، أو بكلمة خطأ لقط عن كل ما يلي.

$$1. \text{ يمكن تطبيق مبدأ القوازن لمراسة الحركات بإجراء تعديلات مناسبة في القور. صح}$$

$$2. \text{ معادلات هاميلتون ابل رتبة من معادلات لاغرانج، ولها نفس العدد، خطأ}$$

$$3. \text{ تكون الدالة } F \text{ تكاملاً أولياً لحقل الدالة } H \text{، إذا كان } (F, H) = 0. \text{ صح}$$

$$4. \text{ إذا كان } E \text{ فضاء متجهي متجهي البعد، ملك الفضاء } E \otimes E^* \text{ فضاء تفاضلي حيزي متجهي البعد. خطأ}$$

مع أطيب التحيات والتمنيات
المستور عات انصالح

المسألة الثانية: $\vec{r} = (x, y, z)$

[1]

• $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ متجه الموضع

• $\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$ متجه السرعة

• $L = T - U$ $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$

$U = 0$ (الكتلة الحرة في الفضاء)

• $\text{grad } U = -\vec{F}$ \Rightarrow القوة المؤثرة على الجسيم

$\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} = 0$

نقطة التوازن

$dU = x dx + y dy + z dz$

$U = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2}$

$\Rightarrow U = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$

الوقت المتغير في معادلات الحركة

$L = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{p}_k} - \frac{\partial L}{\partial p_k} = 0$ معادلات لاغرانج

حيث $p_1 = \dot{x}, p_2 = \dot{y}, p_3 = \dot{z}$

بالتعويض

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \dot{x} - x = 0 \Rightarrow \ddot{x} - x = 0$ (1)

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \dot{y} - y = 0 \Rightarrow \ddot{y} - y = 0$ (2)

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \dot{z} - z = 0 \Rightarrow \ddot{z} - z = 0$ (3)

$f_k = \frac{\partial L}{\partial p_k}$ \Rightarrow قسمة المتغيرات

حيث $p_1 = \dot{x}, p_2 = \dot{y}, p_3 = \dot{z}$
 $x = \dot{p}_1, y = \dot{p}_2, z = \dot{p}_3$

$x = \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \dot{x} \Rightarrow x = \dot{x}$

$y = \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = \dot{y} \Rightarrow y = \dot{y}$

$z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = \dot{z} \Rightarrow z = \dot{z}$

1.1.1. $H = \sum_{i=1}^n (p_i \dot{q}_i - L) \circ d(1, \gamma)$ (نصف هاملتون)

$= (X \dot{X} + Y \dot{Y} + Z \dot{Z} - L) \circ d(1, \gamma, \beta, X, Y, Z)$

نصف هاملتون هو نموذج رياضي (نموذج ميكانيكي كلاسيكي)

$\Rightarrow H = X \cdot X + Y \cdot Y + Z \cdot Z - \frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{2}(X^4 + Y^4 + Z^4)$

$= (X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{2}(X^4 + Y^4 + Z^4)$

$\Rightarrow H = \frac{1}{2}(X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{2}(X^4 + Y^4 + Z^4)$

معادلات هاملتون

$\dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k} \quad \& \quad \dot{p}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}$

$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= \frac{\partial H}{\partial X} = X & X &= -\frac{\partial H}{\partial X} = -X \\ \dot{Y} &= \frac{\partial H}{\partial Y} = Y & Y &= -\frac{\partial H}{\partial Y} = -Y \\ \dot{Z} &= \frac{\partial H}{\partial Z} = Z & Z &= -\frac{\partial H}{\partial Z} = -Z \end{aligned} \right\} \Rightarrow$

معادلات هاملتون

$\left. \begin{aligned} \dot{X} - X &= 0 \\ \dot{Y} - Y &= 0 \\ \dot{Z} - Z &= 0 \end{aligned} \right\} \& \left\{ \begin{aligned} X + X &= 0 \\ Y + Y &= 0 \\ Z + Z &= 0 \end{aligned} \right.$

□ معادلات هاملتون H_1, H_2 تكون أولية يجب أن تحقق الشرط التالي:

$\{H_1, H_2\} = 0$

$$\begin{aligned} \{H_1, H_2\} &= \left(\frac{\partial H_1}{\partial X} \cdot \frac{\partial H_2}{\partial X} - \frac{\partial H_1}{\partial X} \cdot \frac{\partial H_2}{\partial X} \right) + \left(\frac{\partial H_1}{\partial Y} \cdot \frac{\partial H_2}{\partial Y} - \frac{\partial H_1}{\partial Y} \cdot \frac{\partial H_2}{\partial Y} \right) \\ &= \left(\frac{\partial H_1}{\partial X} \cdot \frac{\partial H_2}{\partial X} - \frac{\partial H_1}{\partial X} \cdot \frac{\partial H_2}{\partial X} \right) \\ &= (X \cdot X - X \cdot X) + (Y \cdot Y - Y \cdot Y) + (Z \cdot Z - Z \cdot Z) \\ &= 0 + 0 + 0 = 0 \end{aligned}$$

بف:
 Sobel
 newad

معادلات هاملتون

معادلات هاملتون

معادلات هاملتون

معادلات هاملتون

معادلات هاملتون

جامعة الكويت
كلية العلوم
قسم الرياضيات
المبحث الهندسة التفاضلية
الاسم: مؤيد محمد صويح
عدد راجع
دورة 2016
الرقم:
المؤال الأول، $20 = 5 \times 4$

ليكن الفضاء الشعاعي E ، المزدوج E^* ، $\Omega = (e_1, e_2, e_3)$. ليكن أيضاً الموتر (التشويش) التفاضلي،

$\mu = e_1 \wedge e_2 + 5e_2 \wedge e_3$ والنتيجة $\nu = e_2^* - e_3^* \in E^*$ (النجمة تشير لتقوية)، المطلوب:

مؤيد
*

١. اكتب عبارة μ بدلالة القاعدة $\{e_i \wedge e_j, i, j, k = 1, 2, 3\}$.
٢. اكتب الجداء التقليبي $\nu \cdot \mu$ (تص الموترية الثانية من μ مع ν).
٣. لنكن القاعدة $(e_1^* - e_2^*, e_2^* - e_3^*, e_3^* - e_1^*)$ $\sigma = (f_1, f_2, f_3)$ لفضاء E ، اكتب عبارة μ بدلالة قاعدة الفضاء E^* الثانية $(f_1 \wedge f_2, f_2 \wedge f_3, f_3 \wedge f_1)$.
٤. اكتب الجداء التقليبي $f_1 \cdot (\mu \otimes \nu)$.

المؤال الثاني، $10 = 10 \times 4$

تتحرك نقطة مادية ذات كتلة واحدة، في حلبة متعامدة نظامية $Oxyz$ ، غرضه لحقل القوى انكزري

$\vec{F} = -x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ ، المطلوب:

١. أوجد تابع لاغرانج L بدلالة المتحولات $x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ ، واكتب معادلات لاغرانج.
٢. اكتب عبارة المتحولات X, Y, Z المرافقة على الترتيب للمتحولات x, y, z بدلالة المتحولات $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, x, y, z$ (تحليل ليجنر).
٣. أعطى هاميلتوني الطاقة، واكتب معادلات هاميلتون المستقلة.
٤. بين أن الدالة القبلية $H_1 = x^2 + y^2$ تكامل أولي.

المؤال الثالث، $20 = 5 \times 4$

أجب بكلمة صح، أو بكلمة خطأ فقط عن كل ما يلي.

١. يمكن تطبيق مبدأ التوازن لدراسة التوركت باجواء تعديلات مقابلة في القوى.
٢. معادلات هاميلتون أقل رتبة من معادلات لاغرانج، ولها نفس العدد من المتغيرات.
٣. تكون الدالة F ، تكاملاً أولياً لحقل الدالة H ، إذا كان $\{H, F\} = 0$.
٤. إذا كان E لساناً متجهياً متجهياً، ملك الفضاء $E \otimes E^*$ لساناً متجهياً متجهياً.

مع أهمية التمهيد والتمهيد والتمهيد
التمهيد - تمهيد

8

(دوره اول)

نقد: $M^{\wedge} M_1 = M \otimes I_1 - M \otimes M$ - مستخرج، الماتريكس

في المستوى الثاني =

$$0, M = e_1^{\wedge} e_2 + 5e_3^{\wedge} e_3$$

$$= e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1 + 5e_3 \otimes e_3 - 5e_3 \otimes e_3$$

$$0, J = e_2^{\wedge} - e_3^{\wedge}$$

⑤ بتغيير الرتبة الثانية من م ص 0 نـ :

$$0, M \mu = (e_1 \otimes e_1 - e_2 \otimes e_2 + 5e_3 \otimes e_3 - 5e_3 \otimes e_3) (e_2^{\wedge} - e_3^{\wedge})$$

$$= e_1 \otimes e_2 \frac{e_2^{\wedge}}{e_2} - e_2 \otimes e_1 \frac{e_1^{\wedge}}{e_1} + 5e_3 \otimes e_3 \frac{e_3^{\wedge}}{e_3} - 5e_3 \otimes e_3 \frac{e_3^{\wedge}}{e_3}$$

$$- e_1 \otimes e_3 \frac{e_3^{\wedge}}{e_3} + e_2 \otimes e_3 \frac{e_2^{\wedge}}{e_2} - 5e_3 \otimes e_1 \frac{e_1^{\wedge}}{e_1} + 5e_3 \otimes e_2 \frac{e_2^{\wedge}}{e_2}$$

$$= e_1 - 5e_3 - 5e_3$$

⑥ لتبسيط أكثر نأخذ الماتريكس $e_1^{\wedge} e_2$:

$$7 \circ I_1^{\wedge} e_1 = (\bar{e}_1 - \bar{e}_2)^{\wedge} \bar{e}_1 = e_1^{\wedge} e_1 - \frac{e_2^{\wedge} e_1}{e_2} + e_1^{\wedge} e_2$$

$$0, I_2^{\wedge} I_1 = (\bar{e}_2)^{\wedge} (\bar{e}_1 - \bar{e}_2) = e_2^{\wedge} e_1 - \frac{e_2^{\wedge} e_2}{e_2} - e_2^{\wedge} e_3$$

$$0, I_1^{\wedge} I_1 = (\bar{e}_1 - \bar{e}_2)^{\wedge} (\bar{e}_1 - \bar{e}_2) = e_1^{\wedge} e_1 - e_1^{\wedge} e_2 - e_2^{\wedge} e_1 + \frac{e_2^{\wedge} e_2}{e_2}$$

$$= e_1^{\wedge} e_1 + e_1^{\wedge} e_3 + e_2^{\wedge} e_3$$

$$e_1^{\wedge} e_2 = 0 \text{ - بـ}$$

$$M = e_1^{\wedge} e_1 + 5e_2^{\wedge} e_3$$

$$= I_1^{\wedge} I_1 + 5I_2^{\wedge} I_1$$

مع ملاحظة أن $(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$

⑦

$$0, (M \otimes \bar{J}) \cdot \bar{I}_1 = M \otimes (\bar{J} \cdot \bar{I}_1)$$

$$= M \otimes [(e_1^{\wedge} - e_2^{\wedge})(e_1 - e_2)]$$

$$= M \otimes [\frac{e_2^{\wedge} e_1}{e_2} - \frac{e_2^{\wedge} e_2}{e_2} - \frac{e_1^{\wedge} e_1}{e_1} + \frac{e_1^{\wedge} e_2}{e_1}]$$

$$= M \otimes (-1)$$

$$\bar{e}_1^{\wedge} \bar{e}_2^{\wedge} =$$

$$\Rightarrow (M \otimes \bar{J}) \cdot \bar{I}_1 = -M$$

فرض کنیم $F = (X, Y, Z)$ (۱)

• $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ بردار مکان

• $\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$ بردار سرعت

• $L = T - V$ فرض کنیم $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$

(۱) انرژی جنبشی یک جسم در حال حرکت

• $\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\Delta U$ فرض کنیم $\vec{F} = -\nabla U$

$\frac{\partial U}{\partial x} = -X, \frac{\partial U}{\partial y} = -Y, \frac{\partial U}{\partial z} = -Z$

برای یافتن پتانسیل U در تابع \vec{r}

$dU = Xdx + Ydy + Zdz$

$U = \frac{1}{2} X^2 + \frac{1}{2} Y^2 + \frac{1}{2} Z^2$

$\Rightarrow U = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

پتانسیل U عبارت از مجموع انرژی پتانسیل است

$L = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{p}_i} - \frac{\partial L}{\partial p_i} = 0$ فرض کنیم

• معادلات حرکت را می توان به صورت $p_1 = x, p_2 = y, p_3 = z$ نوشت

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \dot{x} - X = 0 \Rightarrow \ddot{x} - X = 0$ (۱)

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \dot{y} - Y = 0 \Rightarrow \ddot{y} - Y = 0$ (۲)

$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \dot{z} - Z = 0 \Rightarrow \ddot{z} - Z = 0$ (۳)

فرض کنیم $\frac{\partial L}{\partial p_i} = q_i$ (۴)

• $p_1 = x, p_2 = y, p_3 = z$
 $q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z$

$x = \frac{\partial L}{\partial p_1} \Rightarrow x = x$
 $y = \frac{\partial L}{\partial p_2} \Rightarrow y = y$
 $z = \frac{\partial L}{\partial p_3} \Rightarrow z = z$

• در اینجا $q_i = p_i$

1.1.1. $H = \sum_{i=1}^n (q_i \dot{p}_i - L) \circ d(p, q)$

$= (X \dot{x} + Y \dot{y} + Z \dot{z} - L) \circ d(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$

$\Rightarrow H = X \dot{x} + Y \dot{y} + Z \dot{z} - L = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$

$= (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$

$\Rightarrow H = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$

$\frac{\partial H}{\partial p_i} = \dot{q}_i \quad \& \quad p_i = \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_i}$

$\begin{cases} x = \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} = \dot{x} & \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial x} = -x \\ y = \frac{\partial H}{\partial \dot{y}} = \dot{y} & \dot{y} = \frac{\partial H}{\partial y} = -y \\ z = \frac{\partial H}{\partial \dot{z}} = \dot{z} & \dot{z} = \frac{\partial H}{\partial z} = -z \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} \dot{x} - x = 0 \\ \dot{y} - y = 0 \\ \dot{z} - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - x = 0 \\ y - y = 0 \\ z - z = 0 \end{cases}$

1.2. $\{H, H_x\} = 0$ $H_x = x^2 + y^2$

$\{H, H_x\} = 0$

$\{H, H_x\} = \left(\frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial H_x}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} \frac{\partial H_x}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial H_x}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial H}{\partial \dot{y}} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial H_x}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial H}{\partial \dot{z}} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right)$

$= (x - x) + (y - y) + (z - z) = 0$

$= 0 + 0 + 0 = 0$

$= 0 + 0 + 0 = 0$

6.7.1
Sokob
aswad

ملاحظة: $H_x = x^2 + y^2$

ملاحظة: $H_x = x^2 + y^2$

ملاحظة: $H_x = x^2 + y^2$

$\{H, H_x\} = \left(\frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial H_x}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} \frac{\partial H_x}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial H_x}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial H}{\partial \dot{y}} \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial H_x}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial H}{\partial \dot{z}} \frac{\partial H_x}{\partial z} \right)$

جواب

(دورة من 10 أسئلة)

السؤال الأول

$$x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5, x_6 = 6, x_7 = 7, x_8 = 8, x_9 = 9, x_{10} = 10$$

$$x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5, x_6 = 6, x_7 = 7, x_8 = 8, x_9 = 9, x_{10} = 10$$

$$x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5, x_6 = 6, x_7 = 7, x_8 = 8, x_9 = 9, x_{10} = 10$$

$$x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5, x_6 = 6, x_7 = 7, x_8 = 8, x_9 = 9, x_{10} = 10$$

$$x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 4, x_5 = 5, x_6 = 6, x_7 = 7, x_8 = 8, x_9 = 9, x_{10} = 10$$

في هذه الحالة، كل متجه من \mathbb{R}^n يمكن كتابته كمجموعة خطية من المتجهات e_1, \dots, e_n .

$$x = A \cdot e \Rightarrow e = A^{-1} \cdot x$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj}(A)$$

$$|A| = 1 \Rightarrow A_{11} = 1, A_{12} = 0, A_{13} = 0, A_{21} = 0, A_{22} = 1, A_{23} = 0, A_{31} = 0, A_{32} = 0, A_{33} = 1$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

$$e = B \cdot p$$

$$B = (C^T)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

في هذه الحالة، كل متجه من \mathbb{R}^n يمكن كتابته كمجموعة خطية من المتجهات e_1, \dots, e_n .

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}$$

٧] لسا بم على سرته عبارة ١/ الجواب:

$$M = e_1 \otimes e_1^* + 2e_1 \otimes e_2^* - 2e_2 \otimes e_1^* + e_2 \otimes e_2^*$$

أو نكتبها بالشكل التالي:

$$e_1 \otimes e_1^* = [-f_1, -f_2, 2f_3] \otimes [-f_1^*] = f_1 \otimes f_1^* + f_2 \otimes f_1^* - 2f_3 \otimes f_1^*$$

$$e_1 \otimes 2e_2^* = [2f_1 \otimes (f_1^* + f_2^* + f_3^*)] = 2f_1 \otimes f_1^* + 2f_1 \otimes f_2^* + 2f_1 \otimes f_3^*$$

$$-2e_2 \otimes e_1^* = [-2f_2 \otimes (f_1^* + f_2^* + f_3^*)] = -2f_2 \otimes f_1^* - 2f_2 \otimes f_2^* - 2f_2 \otimes f_3^*$$

$$e_2 \otimes e_2^* = [(f_2 + f_3) \otimes (f_1^* + f_2^*)] = f_2 \otimes f_1^* + f_2 \otimes f_2^* + f_3 \otimes f_1^* + f_3 \otimes f_2^*$$

وبالتعويض عن $e_1 \otimes e_2^*$ في $2e_1 \otimes e_2^*$:

$$2e_1 \otimes e_2^* + 2e_1 \otimes e_1^* = e_1 \otimes (e_1^* + 2e_2^*)$$

$$= f_1 \otimes f_1^* - 2f_2 \otimes f_1^* - 2f_3 \otimes f_1^* + f_2 \otimes f_1^* + f_2 \otimes f_2^* + f_3 \otimes f_1^* + f_3 \otimes f_2^*$$

$$= f_1 \otimes f_1^* - f_2 \otimes f_1^* - f_3 \otimes f_1^* + f_2 \otimes f_2^* + f_3 \otimes f_2^*$$

الآن نكتب M بالشكل التالي:

$$M = f_1 \otimes f_1^* - f_2 \otimes f_1^* - f_3 \otimes f_1^* - f_2 \otimes f_2^* + f_3 \otimes f_2^* + f_3 \otimes f_3^* + 2f_3 \otimes f_1^*$$

وبالتعويض عن P في المعادلة (١) نحصل على:

$$\Rightarrow P = -1 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{P=0}$$

٨] لسا بم على سرته عبارة ١/ الجواب:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \in E \otimes E^* \\ \beta \in F \otimes F^* \end{array} \right\} \text{ أن } \alpha \otimes \beta \text{ هو العنصر}$$

by:

E. Soheib and@hotmail.com

Soheib

$$F = - \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$$

حقل القوة الكهروستاتيكية

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

(أ) \vec{r} هو متجه الوحدة في اتجاه القوة الكهروستاتيكية (أشكالاً 11-1)

• دالة الجهد في نقطة بالاسم $T = -k$
 • حساب الطاقة الحركية $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$
 • حساب الطاقة الكامنة $U = -k/r$

$$\vec{\nabla} U = \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{\vec{r}}{r^2} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$dU = \frac{1}{r} dr$$

$$U = \frac{1}{r} (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} = \frac{1}{2} r$$

$$q_k = \frac{\partial L}{\partial p_k}$$

$$\begin{cases} X = \frac{\partial L}{\partial p_x} = x \\ Y = \frac{\partial L}{\partial p_y} = y \\ Z = \frac{\partial L}{\partial p_z} = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_x = x \\ p_y = y \\ p_z = z \end{cases}$$

$$H = \left(\sum_{k=1}^n p_k \dot{q}_k - L \right) = (x \cdot x + y \cdot y + z \cdot z) = (x^2 + y^2 + z^2) = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) = \frac{1}{2} r^2$$

$$H = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) = \frac{1}{2} r^2$$

$$\begin{cases} x = \frac{\partial H}{\partial p_x} = x \\ y = \frac{\partial H}{\partial p_y} = y \\ z = \frac{\partial H}{\partial p_z} = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_x = x \\ p_y = y \\ p_z = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} H = \frac{1}{2} (X^2 + Y^2 + Z^2) \\ H_1 = YZ - ZY \end{cases}$$

$$\begin{aligned} L_{\vec{X}} H_1 &= \left\{ H_1, H \right\} = \frac{\partial H_1}{\partial X} \frac{\partial H}{\partial X} + \frac{\partial H_1}{\partial Y} \frac{\partial H}{\partial Y} + \frac{\partial H_1}{\partial Z} \frac{\partial H}{\partial Z} \\ &= (0-0) + (YZ - ZY) \cdot \frac{1}{2} = 0 \\ \Rightarrow L_{\vec{X}} H_1 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} H_2 = ZX - XZ \\ H_3 = XY - YX \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \left\{ H_1, H_2 \right\} &= \frac{\partial H_1}{\partial X} \frac{\partial H_2}{\partial X} + \frac{\partial H_1}{\partial Y} \frac{\partial H_2}{\partial Y} + \frac{\partial H_1}{\partial Z} \frac{\partial H_2}{\partial Z} \\ &= (0-0) + (YZ - ZY) \cdot 0 + (0-0) \cdot (ZX - XZ) = 0 \\ &= H_3 \end{aligned}$$

$$\left\{ H_1, H_2 \right\} = H_3$$

$$\begin{aligned} \left\{ H_2, H_3 \right\} &= \frac{\partial H_2}{\partial X} \frac{\partial H_3}{\partial X} + \frac{\partial H_2}{\partial Y} \frac{\partial H_3}{\partial Y} + \frac{\partial H_2}{\partial Z} \frac{\partial H_3}{\partial Z} \\ &= (0-0) + (YZ - ZY) \cdot 0 + (0-0) \cdot (XY - YX) = 0 \\ &= H_1 \end{aligned}$$

$$\left\{ H_2, H_3 \right\} = H_1$$

$$\left\{ H_3, H_1 \right\} = H_2$$

پایه

ماتریس

X	1
Y	0
Z	0
	1

✓ (نقطة التوازن)

نقطة التوازن

$$\begin{aligned} & \alpha = p_1 \otimes e_1 \\ & \alpha = e_1 \otimes p_1 - e_1^* \otimes p_1 \\ \Rightarrow \alpha \in \mathcal{M} \cdot \mathcal{U} &= (p_1 \otimes e_1) \setminus (e_1^* \otimes p_1 - e_2^* \otimes p_1) \\ &= p_1 \otimes e_2 - e_1^* \otimes p_1 - p_1 \otimes e_1 + e_1^* \otimes p_1 \\ &\Rightarrow \alpha = -p_1 \otimes p_1 \end{aligned}$$

$$\alpha = p_1^* \cdot \alpha$$

$$p_1^* \cdot (-p_1 \otimes p_1) = -p_1^* \cdot p_1 \otimes p_1 = 0 \Rightarrow \boxed{p=0}$$

$$\begin{aligned} & p = p_1^* \cdot (-p_1 \otimes p_1) \quad \text{نقطة التوازن} \quad [2] \\ \Rightarrow p &\in -p_1^* \cdot p_1 \otimes p_1 \\ & p \in F \cdot F \otimes F = F \\ \Rightarrow \boxed{p \in F} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \gamma = \{x, y, z\} \quad \text{نقطة التوازن} \quad [3] \\ F \otimes F &= \{p_1 \otimes e_j^* \mid j=1,2\} \end{aligned}$$

نقطة التوازن

$$\vec{r} = x \cdot \vec{e}_1 + y \cdot \vec{e}_2 + z \cdot \vec{e}_3 \quad \text{نقطة التوازن} \quad [4]$$

نقطة التوازن

$$T = \frac{1}{2} (v^2 - c^2) \quad \text{نقطة التوازن} \quad [5]$$

$$v \cdot \vec{r} = -\vec{r} \cdot \vec{r} \quad \text{نقطة التوازن}$$

$$\frac{dv}{dr} = -F \Rightarrow dv = -F \cdot dr$$

$$= -r \cdot \vec{r} \cdot d\vec{r}$$

$$= -r^2 \cdot \frac{dr}{r}$$

$$\Rightarrow dv = -r^2 \cdot dr$$

$$v = -\frac{1}{3} r^3$$

$L = T - V$ مادة نظرية

$\Rightarrow L = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2}kr^2$ تحويل إلى إحداثيات

$q_1 = x, \quad p_1 = \dot{x}$ المستقر $q_i = \frac{\partial L}{\partial p_i}$

$q_2 = y, \quad p_2 = \dot{y}$

$q_3 = z, \quad p_3 = \dot{z}$

$\Rightarrow \left. \begin{aligned} x \cdot \frac{\partial L}{\partial x} &= u \\ y \cdot \frac{\partial L}{\partial y} &= v \\ z \cdot \frac{\partial L}{\partial z} &= w \end{aligned} \right\}$

$H = \left(\sum_{i=1}^3 p_i^2 - k \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{r^2}$ مادته نظرية

$\Rightarrow H = \left[\frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2}kr^2 \right] \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{r^2}$

$\Rightarrow H = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2}kr^2$

$q_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}$ مادته نظرية $p_k = \frac{\partial H}{\partial q_k}$

$x \cdot \frac{\partial H}{\partial x} = x \Rightarrow x \cdot x = 0$ ①

$y \cdot \frac{\partial H}{\partial y} = y \Rightarrow y \cdot y = 0$ ②

$z \cdot \frac{\partial H}{\partial z} = z \Rightarrow z \cdot z = 0$ ③

$x \cdot \frac{\partial H}{\partial x} = x \Rightarrow x \cdot x r^2 = 0$ ④

$y \cdot \frac{\partial H}{\partial y} = y \Rightarrow y \cdot y r^2 = 0$ ⑤

$z \cdot \frac{\partial H}{\partial z} = z \Rightarrow z \cdot z r^2 = 0$ ⑥

$\frac{\partial H}{\partial x} = \left(\frac{1}{2}r^2 \right) \cdot \left(\frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{2}kr^2 \right)$

$$\{H, F\} = \frac{\partial H}{\partial X} \cdot \frac{\partial F}{\partial u} - \frac{\partial H}{\partial u} \cdot \frac{\partial F}{\partial X} + \frac{\partial H}{\partial Y} \cdot \frac{\partial F}{\partial v} - \frac{\partial H}{\partial v} \cdot \frac{\partial F}{\partial Y} + \frac{\partial H}{\partial Z} \cdot \frac{\partial F}{\partial w} - \frac{\partial H}{\partial w} \cdot \frac{\partial F}{\partial Z}$$

$$= xy - xy/r^2 - xy/r^2 + xy/r^2 = 0 - 0 = 0$$

$\left\{ G_1, G_2 \right\} = 0$ الشرط: $\frac{\partial G_1}{\partial x_1} = \frac{\partial G_2}{\partial x_2}$

$$= (2)(4) - (-2)(0) + (0)(1 - (0)(1)) + (-x)(-y) - (x)(y)$$

ما في طلبه ٥

١٠ - فهد

7. 11

8 - 2

3. *U. p.*

فصل فی تفسیر

(١١٥/١١٥)

(١١٥)

الأسماء: السيد هلال

المواهب: الدينامي

جامعة البصرة

كلية العلوم

قسم الرياضيات

الرقم:

١٠٠٠

١٧

الموالت الأولى: $20 = 5 \times 4$

ليكن الفضاء الشعاعي E ، المولد بالمتجهات $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ ، وليكن لها الضرب الثنائي

$(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ ، ليس الفضاء E ، ليكن أرضها المتجهان (التي هي \vec{e}_1, \vec{e}_2)،

أحسب لتج الجداء المتناهي μ, ν ، المتطابق: $\mu = \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 - \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1$ ، $\nu = \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 + \vec{e}_3 \otimes \vec{e}_1$

١. أحسب لتج الجداء المتناهي $\alpha = \mu \cdot \nu$ (الضرب المركبة الثنائية من μ مع الأولى من ν)،

٢. أحسب لتج الجداء المتناهي $\beta = \nu \cdot \mu$ (الضرب المركبة الثنائية من ν مع الأولى من μ)،

٣. حل المعادلة $\alpha = \beta$ ، مستوحاة،

٤. أعطى قاعدة للفضاء $E \wedge E \wedge E$.

الموالت الثانية: $40 = 10 \times 4$

تتحرك نقطة مادية، ذات كتلة واحدة، في مستوي مزدوج بالمتجهات المتعامدة المتبادلة \vec{e}_1, \vec{e}_2 ، خاضعة لحقل القوى

$\vec{F} = -(\vec{e}_1 + \vec{e}_2)$ ، المتطابق:

١. المشتق تبع لاهرائج L ، وعبارة المتحولات X, Y ، المرافقة على التفاضل للمتحويلات x, y بدلالة المتحولات X, Y, \dot{X}, \dot{Y} ،

٢. أعطى H ، هاميلتوني المسألة، واكتب معادلات هاميلتون الأربعة،

٣. بين كون أن عدم كون الدالة $H = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + xy^2$ تكاملاً أولياً لمعادلتها،

٤. أوجد التحويل القوي المولد بالدالة $G = \frac{\sqrt{2}}{2}(y(X_1 - Y_1) + y(X_1 + Y_1))$ ، ولحق العلاقة

الموالت الثالثة: $20 = 5 \times 4$

أعطى H ، هاميلتوني المسألة، واكتب معادلات هاميلتون الأربعة،

١. أعطى H ، هاميلتوني المسألة، واكتب معادلات هاميلتون الأربعة،

٢. أعطى H ، هاميلتوني المسألة، واكتب معادلات هاميلتون الأربعة،

٣. أعطى H ، هاميلتوني المسألة، واكتب معادلات هاميلتون الأربعة،

مع الخطة المتعددة بالفضاء والفرق

المشهور حالة التفاضل

١١٥/١١٥

فد

2. 2

$$\begin{aligned} q = p \cdot v &= (\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 - \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1) \cdot (\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_3 \otimes \vec{e}_1) = \\ &= \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_3 \otimes \vec{e}_1 - \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 + \vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 \otimes \vec{e}_1 \\ &= \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 - \vec{e}_1 \otimes \vec{e}_3 = 0 \end{aligned}$$

فأما سنة

$$\beta = \nu^2, \mu = 0$$

تعليق الدكتور بيته قدسيه هو شرح لمادة التفسير

١- $\beta \in E \otimes E$ و $\alpha \in E \otimes E$ ^٢ $\alpha \in E \otimes E$ ^٣ $\alpha \in E \otimes E$ ^٤ $\alpha \in E \otimes E$ ^٥ $\alpha \in E \otimes E$ ^٦ $\alpha \in E \otimes E$ ^٧ $\alpha \in E \otimes E$ ^٨ $\alpha \in E \otimes E$ ^٩ $\alpha \in E \otimes E$ ^{١٠} $\alpha \in E \otimes E$

$\frac{1}{x^2} = x^{-2}$

سوال الثانی

فلا تخرجوا من
البيت إلا بغير
الخبز

$$\bar{u}(x, y)$$

ماتت الفتاة التي تركت في مسيرها ما ماتت عليه

$$p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}$$
$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \lambda \vec{r}_2$$
$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$$
$$M = \sum_{i=1}^n \bar{y}_i \cdot w_i \cdot \bar{y}_i$$
$$L \perp T - V_0$$
$$T = \frac{1}{c} \sin \frac{\pi}{2} = \frac{1}{c} (\sin^2 + \cos^2)$$
$$P_k = -y_{\text{rad}} V \Rightarrow \text{sg}$$
$$\Rightarrow -(y\vec{i} + x\vec{j}) = -\left(\frac{\partial v}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial v}{\partial y}\vec{j}\right) \Rightarrow y\vec{i} + x\vec{j} = \frac{\partial v}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial v}{\partial y}\vec{j}$$
$$\boxed{y dx + x dy = dv} \Rightarrow$$
$$V = x \cdot y$$
$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{1}{2} (u^2 + y^2) - u \cdot y}$$
$$\pi_1 = X, \quad \pi_2 = Y$$
$$P_1 = 20, P_2 = 2$$
$$X = \frac{dL}{dx} \quad , \quad Y = \frac{dL}{dy}$$
$$\frac{\partial L}{\partial p_i} = q_i$$

$$H = \left(\sum_{i=1}^2 p_i q_i - L \right) \circ \phi(x, y, X, Y)$$

نصا

$$H = (p_1 q_1 + p_2 q_2 - L) \circ \phi(x, y, X, Y)$$

$$H = \left[\frac{1}{2} X^2 + \frac{1}{2} Y^2 - \left(\frac{1}{2} (x^2 + y^2) - xy \right) \right] \circ \phi$$

$$= \frac{1}{2} X^2 + \frac{1}{2} Y^2 - \frac{1}{2} (x^2 + y^2) + xy$$

$$H = \frac{1}{2} (X^2 + Y^2) + xy$$

$$p_i = \frac{\partial H}{\partial q_i}, \quad q_i = -\frac{\partial H}{\partial p_i} \quad (i=1, 2)$$

مادلات صالحت الأربعة

$$p_i = \frac{\partial H}{\partial q_i}$$

$$\begin{aligned} i=1 &\Rightarrow p_1 = \frac{\partial H}{\partial q_1} \Rightarrow x = \frac{\partial H}{\partial X} = X \Rightarrow X = x \\ i=2 &\Rightarrow p_2 = \frac{\partial H}{\partial q_2} \Rightarrow y = Y \Rightarrow Y = y \end{aligned} \quad (1)$$

$$q_i = -\frac{\partial H}{\partial p_i}$$

$$\begin{aligned} i=1 &\Rightarrow q_1 = -\frac{\partial H}{\partial p_1} \Rightarrow X = -\frac{\partial H}{\partial x} = -y \Rightarrow X + y = 0 \\ i=2 &\Rightarrow q_2 = -\frac{\partial H}{\partial p_2} \Rightarrow Y = -\frac{\partial H}{\partial y} = -x \Rightarrow Y - x = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

(4) - (4) هي معادلات صالحت الأربعة المتكافئة

من أجل أن نكتب أرباع هذه المعادلات يجب أن نكتبها

$$\{H, F\} = 0$$

$$\{H, F\} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial H}{\partial X} \frac{\partial F}{\partial X} - \frac{\partial H}{\partial Y} \frac{\partial F}{\partial Y}$$

$$= 0 \cdot y + x \cdot X - X \cdot x - Y \cdot y = 0$$

الآن نكتب F كدالة

$$G = \frac{\sqrt{2}}{2} [x(X-y) + y(X+Y)]$$

النموذج الثاني هو النموذج

$$X dx + Y dy + x dX + y dY = dG(x, y, X, Y) =$$

الطاقة

$$= \frac{\partial G}{\partial x} dx + \frac{\partial G}{\partial y} dy + \frac{\partial G}{\partial X} dX + \frac{\partial G}{\partial Y} dY$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} (X - Y) dx + \frac{\sqrt{2}}{2} (X + Y) dy - \frac{\sqrt{2}}{2} (x - y) dX + \frac{\sqrt{2}}{2} (x + y) dY$$

دوم ٣

بالمعادلة

$$X = \frac{\sqrt{2}}{2} (X_1 - Y_1) \quad (1)$$

$$Y = \frac{\sqrt{2}}{2} (X_1 + Y_1) \quad (2)$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (x + y) \quad (3)$$

$$y_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (y - x) \quad (4)$$

هذا العمل
القانون
الطالع

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2} (x_1 + y_1) \quad (5)$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2} (x_1 - y_1) \quad (6)$$

"x, y"

التي هي دالة في هذا التحريك القانوني المتكرر

بملاحظة: أريد التأكد من هذه الحالة من قبل الدكتور

الغالب الثالث:

$$\{G+H, 11\} = \{G, 11\} + \{H, 11\} = \{G, 11\} \quad (7)$$

كذلك لا بد من

مثلاً

$$\{H, F\} \quad (8)$$

وتحقق هذا الشرط بيني وبينك في الحالة F, H

مما لا بد من هذا الشرط على ما هو

دورة ٢٠١٨

علم الحاسوب

(١) أريد علينا معرفة عدد أعداد ثنائية هذا الفضاء من المستويين

$$\frac{n(n+1)}{2} \quad \text{ثم بتطبيق العدد} \quad 3 = \frac{2(2+1)}{2}$$

منه بتطبيق العدد $\{ (e_1^+ e_2^-), (e_1^- e_2^+), (e_1^+ e_1^+) \}$ \Leftarrow EVE

(٢) عدد أعداد الفضاء E في n بتات بالمتغير n

$$\frac{n(n-1)}{2} \quad \text{لدينا} \quad 1 = \frac{2(2-1)}{2}$$

(٣) لتساوي البتات المتكافئة: $(e_1^+ + 2e_2^-) \cdot e_1^+ \wedge e_2^+$

علينا أن نحول المتكافئة $e_1^+ \wedge e_2^+$ إلى أعداد على مستوى البتات

$$e_1^+ \wedge e_2^+ = e_1^+ \otimes e_2^+ - e_2^+ \otimes e_1^+$$

$$\begin{aligned} 0 \quad (e_1^+ + 2e_2^-) \cdot e_1^+ \wedge e_2^+ &= (e_1^+ + 2e_2^-) (e_1^+ \otimes e_2^+ - e_2^+ \otimes e_1^+) \\ &= \underbrace{e_1^+ e_1^+ \otimes e_2^+}_{=0} - \underbrace{e_1^+ e_2^+ \otimes e_1^+}_{=0} + \underbrace{2e_2^- e_1^+ \otimes e_2^+}_{=0} - \underbrace{2e_2^- e_2^+ \otimes e_1^+}_{=0} \\ &= e_1^+ - 2e_2^+ \end{aligned}$$

(٤) المتكافئة $F^+ E^+$ هي المتكافئة المتكافئة

$\Lambda^{n \times k} E$ متجه

مصفوفة $n \times k$

عدد المتكافئة $n = 10$

$$\frac{(n-1)(n-2)}{2} = \frac{(10-1)(10-2)}{2} = \frac{9 \cdot 8}{2} = 36$$

بذلك يكون عدد المتكافئة المتكافئة $n \times n$ هو المتكافئة المتكافئة

بذلك يكون عدد المتكافئة المتكافئة $n \times n$ هو المتكافئة المتكافئة

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

Soheib
aswad

المركبة الشعاعية $\vec{F} = \frac{\vec{r}}{r} - \vec{r}$

المركبة الشعاعية للمركبة الشعاعية $\vec{F} = x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$

المركبة الشعاعية للمركبة الشعاعية $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$

$T = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)$

المركبة الشعاعية للمركبة الشعاعية $\text{grad } U = -\vec{F} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{F}$

$d\vec{v} = -\vec{F} \cdot d\vec{r} \Leftrightarrow d\vec{r} = \vec{F} \cdot d\vec{v}$

$= \left(\frac{\vec{r}}{r} - \vec{r} \right) d\vec{r}$

$= \frac{\vec{r}}{r} d\vec{r} - \vec{r} d\vec{r}$

$= \frac{\vec{r}}{r} d\vec{r} (1 - r)$

$\Rightarrow d\vec{v} = (1 - r) d\vec{r} \Rightarrow v = \frac{1}{2} (1 - r^2)$

$L = T - U$

$L = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (1 - r^2)$

المركبة الشعاعية للمركبة الشعاعية

$x = \frac{\partial L}{\partial p_x} = x$

$y = \frac{\partial L}{\partial p_y} = y$

$z = \frac{\partial L}{\partial p_z} = z$

$\frac{\partial L}{\partial p_i} = p_i$

$p_1 = x, p_2 = y$

$p_3 = z, p_4 = z$

$H = \left(\sum p_i^2 - L \right) \circ d(p, q) \cdot \frac{1}{2} (1 - r^2)$

$= \left[x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (1 - r^2) \right] \circ d(x, y, z, x, y, z)$

$= \left[x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (1 - r^2) \right]$

$= \left[x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (1 - r^2) \right]$

$\Rightarrow H = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{2} (1 - r^2)$

معادلات هاميلتون : في الحالة العامة

$$p_k = \frac{\partial H}{\partial \dot{q}_k} \quad \dot{q}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}$$

$$x = \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} = \dot{x} \Rightarrow x - \dot{x} = 0 \quad (1)$$

$$y = \frac{\partial H}{\partial \dot{y}} = \dot{y} \Rightarrow y - \dot{y} = 0 \quad (2)$$

$$z = \frac{\partial H}{\partial \dot{z}} = \dot{z} \Rightarrow z - \dot{z} = 0 \quad (3)$$

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial x} = x \left(\frac{1+r}{r} \right) \Rightarrow \dot{x} - x \left(\frac{1+r}{r} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\dot{y} = \frac{\partial H}{\partial y} = y \left(\frac{1+r}{r} \right) \Rightarrow \dot{y} - y \left(\frac{1+r}{r} \right) = 0 \quad (5)$$

$$\dot{z} = \frac{\partial H}{\partial z} = z \left(\frac{1+r}{r} \right) \Rightarrow \dot{z} - z \left(\frac{1+r}{r} \right) = 0 \quad (6)$$

معادلة هاميلتون F يجب تكتب بالشكل

$$\{F, H\} = 0$$

$$\{H, F\} = \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial H}{\partial \dot{y}} \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} \frac{\partial F}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial H}{\partial \dot{z}} \frac{\partial F}{\partial z}$$

$$= x(y-z) - \left(-x \left(\frac{1+r}{r} \right) \right) (-y+z)$$

$$+ y(z-x) - \left(-y \left(\frac{1+r}{r} \right) \right) (x-z)$$

$$+ z(x-y) - \left(-z \left(\frac{1+r}{r} \right) \right) (-x+y)$$

$$= xy - xz + yz - xy + xz - yz$$

$$= \left(\frac{1+r}{r} \right) [-x^2 + x^2 + x^2 - y^2 - xz + xz]$$

$$= 0 - 0 + 0 - \left(\frac{1+r}{r} \right) [0 - 0] = 0$$

معادلة هاميلتون F

المعادلة العامة
المعادلة العامة

\Rightarrow $\{F, r\}$ انحصاراً است \square
 $\Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$$\begin{aligned}
 \{F, r\} &= \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial r}{\partial z} \\
 &= \frac{\partial F}{\partial x} \frac{x}{r} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{y}{r} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{z}{r}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{r}\right) \frac{x}{r} - \left(\frac{y}{r} + \frac{z}{r}\right) \frac{y}{r} + \left(\frac{z}{r} - x\right) \frac{z}{r} \\
 &\quad - \left(\frac{x}{r} - \frac{y}{r}\right) \frac{z}{r} - \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{r}\right) \frac{z}{r}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \{F, r\} = 0 \quad \text{انحصاراً است}$$

$$\begin{aligned}
 \{F, r\} &= \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial r}{\partial z} \\
 &= \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{r}\right) \frac{x}{r} - \left(\frac{y}{r} + \frac{z}{r}\right) \frac{y}{r} + \left(\frac{z}{r} - x\right) \frac{z}{r} \\
 &\quad - \left(\frac{x}{r} - \frac{y}{r}\right) \frac{z}{r} - \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{r}\right) \frac{z}{r}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \frac{x}{r} - \frac{z}{r} \frac{x}{r} - \frac{y}{r} \frac{y}{r} - \frac{z}{r} \frac{y}{r} + \frac{z}{r} \frac{z}{r} - x \frac{z}{r} \\
 &\quad - \frac{x}{r} \frac{z}{r} + \frac{y}{r} \frac{z}{r} - \frac{1}{2} \frac{z}{r} + \frac{z}{r} \frac{z}{r}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{x}{r} - \frac{z}{r} \frac{x}{r} - \frac{y}{r} \frac{y}{r} - \frac{z}{r} \frac{y}{r} + \frac{z}{r} \frac{z}{r} - x \frac{z}{r} - \frac{x}{r} \frac{z}{r} + \frac{y}{r} \frac{z}{r} - \frac{1}{2} \frac{z}{r} + \frac{z}{r} \frac{z}{r}$$

\square

انحصاراً است $\{F, r\}$

انحصاراً است

انحصاراً است

انحصاراً است

انحصاراً است

(دراسة الحالة 0.8)

حل المسألة الأولى

(1) لتعرف أن عدد أبعاد فضاء المتجهات يعطى بالمستوى $\frac{n(n-1)(n-2)}{2}$ ، لدينا $n=3$ ، $\frac{3(3-1)(3-2)}{2 \times 2 \times 1} = 3$ ، شكر - المقامه

(2) $\{(e_1^0, e_1^0, e_1^0), (e_1^0, e_1^0, e_2^0), (e_1^0, e_2^0, e_2^0), (e_2^0, e_2^0, e_2^0)\}$

(3) لتعرف أن عدد أبعاد فضاء M_n هو n^2 ، ولذا M_3 ، $M_3 = M_2 \oplus M_1 = M_2 \oplus M_1$

(4) لتعرف أن عدد أبعاد فضاء M_n هو n^2 ، ولذا M_3 ، $M_3 = M_2 \oplus M_1 = M_2 \oplus M_1$

(5) لتعرف أن عدد أبعاد فضاء M_n هو n^2 ، ولذا M_3 ، $M_3 = M_2 \oplus M_1 = M_2 \oplus M_1$

(6) لتعرف أن عدد أبعاد فضاء M_n هو n^2 ، ولذا M_3 ، $M_3 = M_2 \oplus M_1 = M_2 \oplus M_1$

(7) لتعرف أن عدد أبعاد فضاء M_n هو n^2 ، ولذا M_3 ، $M_3 = M_2 \oplus M_1 = M_2 \oplus M_1$

(8) لتعرف أن عدد أبعاد فضاء M_n هو n^2 ، ولذا M_3 ، $M_3 = M_2 \oplus M_1 = M_2 \oplus M_1$

(9) لتعرف أن عدد أبعاد فضاء M_n هو n^2 ، ولذا M_3 ، $M_3 = M_2 \oplus M_1 = M_2 \oplus M_1$

المسألة الأولى

1- إيجاد المشتقة التفاضلية للحركة :
 $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = R\vec{e}_R + z\vec{k}$

$$d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k} = dR\vec{e}_R + dz\vec{k}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{R}\vec{e}_R + \dot{z}\vec{k}$$

حساب الطاقة الحركية :
 $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$

$$= \frac{1}{2} (17)(\dot{R}^2 + \dot{z}^2)$$

$$T = \frac{1}{2} (\dot{R}^2 + \dot{z}^2)$$

الطاقة الكامنة :
 $\vec{F} = -\text{grad } V$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = -\text{grad } V \cdot d\vec{r} = -dV$$

الاشتقاق

$$\Rightarrow \vec{F} \cdot d\vec{r} = -dV$$

$$\Rightarrow -dV = \left[\frac{-R}{R^3} + z\vec{k} \right] \cdot [dR\vec{e}_R + dz\vec{k}]$$

$$= \frac{-R \cdot dR}{R^3} + z dz = -\frac{1}{R^2} dR + z dz$$

$$\Rightarrow -dV = d\left(\frac{1}{R}\right) + z dz = d\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2} z^2\right)$$

$$V = -\frac{1}{R} - \frac{1}{2} z^2$$

الطاقة الكلية :
 $E = T + V$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} (\dot{R}^2 + \dot{z}^2) - \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2} z^2 \right)$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} (\dot{R}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{R} - \frac{1}{2} z^2$$

$$\left. \begin{array}{l} p_1 = R, \quad q_1 = R \\ p_2 = \dot{R}, \quad q_2 = \dot{R} \\ p_3 = z, \quad q_3 = z \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial H}{\partial p_i} = \dot{q}_i$$

المشتقة الجزئية

$$\left. \begin{array}{l} X = \frac{\partial H}{\partial p_1} = \dot{R} \\ Y = \frac{\partial H}{\partial p_2} = \dot{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} X = \dot{R} \\ Y = \dot{R} \\ Z = z \end{array} \right\}$$

[5] حامله می باشد و بیاض نامستقر $H = \sum_{i=1}^3 (q_i p_i - L) \circ d(p, q)$

$$= (X, Y, Z, Z, L) \circ d(X, Y, Z, X, Y, Z)$$

$$= X \cdot X + Y \cdot Y + Z \cdot Z - \left[\frac{1}{2} (X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{1}{R} + \frac{1}{L} \right]$$

$$= X^2 + Y^2 + Z^2 - \frac{1}{2} (X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{R} - \frac{1}{L} Z^2$$

$$\Rightarrow H = \frac{1}{2} (X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{1}{R} - \frac{1}{L} Z^2$$

در صورتی که $\frac{\partial H}{\partial p_i} = 0$

$$X = Y, Z \Rightarrow q_X = \frac{\partial H}{\partial p_X} = p_X = \frac{\partial H}{\partial p_X}$$

$$X = \frac{\partial H}{\partial X} = X \Rightarrow X = X \quad \text{--- (1)}$$

$$Y = \frac{\partial H}{\partial Y} = Y \Rightarrow Y = Y \quad \text{--- (2)}$$

$$Z = \frac{\partial H}{\partial Z} = Z \Rightarrow Z = Z \quad \text{--- (3)}$$

$$X = \frac{\partial H}{\partial X} = \frac{X}{R} \Rightarrow X = \frac{R}{R} \quad \text{--- (4)}$$

$$Y = \frac{\partial H}{\partial Y} = \frac{Y}{R} \Rightarrow Y = \frac{R}{R} \quad \text{--- (5)}$$

$$Z = \frac{\partial H}{\partial Z} = \frac{Z}{R} \Rightarrow Z = \frac{R}{R} \quad \text{--- (6)}$$

[6] بیاض $H = \frac{1}{2} (X^2 + Y^2) - \frac{1}{R}$ در حالت اولی

در صورتی که H در حالت اولی $\{H, H\} = 0$ در حالت اولی

$$\{H, H\} = \frac{\partial H}{\partial X} \frac{\partial H}{\partial Y} - \frac{\partial H}{\partial Y} \frac{\partial H}{\partial X} = \frac{\partial H}{\partial X} \frac{\partial H}{\partial Y} - \frac{\partial H}{\partial Y} \frac{\partial H}{\partial X}$$

$$= \frac{X}{R} \cdot X - X \cdot \frac{X}{R} = \frac{X}{R} \cdot X - X \cdot \frac{X}{R} = 0$$

$\Rightarrow 0$

در صورتی که H در حالت اولی

إذا عكس وضعه أنت :

$$H - H_1 = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) - \frac{1}{R} - \frac{1}{2}z^2 - \left(\frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)\right) - \frac{1}{R}$$

$$= \frac{1}{2}(\cancel{\dot{x}^2} + \cancel{\dot{y}^2}) + \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{R} - \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{2}(\cancel{\dot{x}^2} + \cancel{\dot{y}^2}) - \frac{1}{R}$$

$$= \frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{2}z^2 = H_2$$

وعادة نكتب $H_1 - H$ بدلاً من $H - H_1$ لأنه نكتبه تكافئاً أولياً لأنه نكتبه تكافئاً أولياً
إذاً نستنتج أنه H_2 هو تكافئ أولي ونقول

$$\{H_2, H\} = \{H - H_1, H\} = \{H, H\} - \{H_1, H\} = 0 - 0 = 0$$

$\Leftarrow H_2$ تكافئ أولي

\Rightarrow كون H_1 تكافئ أولي

□ من يتولى التكافؤ الأولي H_1, H_2 متعارضان يجب أن يتحقق الشرط :

$$\{H_1, H_2\} = 0 \Rightarrow$$

$$\{H_1, H_2\} = \frac{\partial H_1}{\partial x} \frac{\partial H_2}{\partial x} - \frac{\partial H_1}{\partial x} \frac{\partial H_2}{\partial y} + \frac{\partial H_1}{\partial y} \frac{\partial H_2}{\partial x} - \frac{\partial H_1}{\partial y} \frac{\partial H_2}{\partial y}$$

$$+ \frac{\partial H_1}{\partial z} \frac{\partial H_2}{\partial z} - \frac{\partial H_1}{\partial z} \frac{\partial H_2}{\partial z}$$

$$= \frac{1}{R} (0 - x(0) + \frac{z}{R} (0) - y(0) + (0)z - (0)(z)) = 0$$

$$\Rightarrow \{H_1, H_2\} = 0$$

$\Leftarrow H_1$ و H_2 تكافؤ متعارضان ..

كل التمرينات

- 1 - ص
- 2 - ص
- 3 - ص
- 4 - ص

تمت بحمد الله
محمود
في ١٠/١٠/٢٠١٠

الشيخ: محمد سالم أبو صبح
الترقيم: ١٦٣٥٨

ميكانيك فلكي
رأبند رياضيات - ميكانيك
كانون 2009

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول: $20 = 5 \times 4$

ليكن E فضاء متجهي، عدد أبعاده 3، ويملك القاعدة $\Omega = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ و E^* فضاء الثوري، ولتكن $\Omega^* = (\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*)$ القاعدة الثورية للقاعدة Ω . لنضع $A = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ و $B = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$ المطلوب:

1. اعط قاعدة للفضاء $E \wedge B$.
2. احسب $A \wedge B$ بدلالة القاعدة السابقة.
3. احسب $A \wedge B \wedge \vec{e}_1$ ؟
4. احسب الجداء التقلصي $(A \wedge B) \cdot \vec{e}_1$.

السؤال الثاني: $40 = 10 \times 4$

في الجملة الإحداثية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ كتلتها m تحت تأثير القوة $a \in \mathcal{R}^*(*)$ حيث $\vec{F} = (a - r) \frac{\vec{r}}{r}$ ، حيث $\vec{r} = \overrightarrow{OP}$ والمطلوب:

1. اعط تابع الكون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L .
2. لنرمز لمرافقات x, y, z بالرموز X, Y, Z على الترتيب، أوجد تحويل لوجنثرو، واعط تابع هملتون H .
3. لنضع $C_x = yZ - zY$. برهن أن C_x تكامل أولى بالنسبة لتابع هملتون H .
4. لنضع $C_y = zX - xZ$ ، $C_z = xY - yX$. احسب اقواس بواسون $\{C_y, C_z\}$ ، وقلرن مع C_x .

السؤال الثالث: $20 = 5 \times 4$

اجب بصح أو بخطأ (فقط) عما يلي:

1. مبدأ مثالية القيود بمستنتج من قانون نيوتن، خطأ.
2. تكون ردود الأفعال المطبقة على نقطة مادية معروفة، عند عدم وجود قيود، عدد معادلات هملتون، لجملة هارنومية، مو نفس عدد معادلات لاغرانج، خطأ.
3. عدد معادلات هملتون، لجملة هارنومية، مو نفس عدد معادلات لاغرانج، خطأ.
4. H^2 ليس تكاملاً أولياً في مسألة تابع هملتون فيها مو H ، خطأ.

د. خالد العبدالله
مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق

دورة كاتون ١٩

حل السؤال الأول

$$\boxed{1} \quad \text{علينا أن نجد مرتبة عدد أبعاد الفضاء } E^n = \frac{n(n-1)}{2!}$$

$$3 = \frac{3(2)}{2} \Leftrightarrow n=3$$

$$\left\{ (e_1 \wedge e_2), (e_1 \wedge e_3), (e_2 \wedge e_3) \right\} \leftarrow \text{نقول أن تكون قاعدة ...}$$

٢

$$\begin{aligned} \circ A &= e_1 + e_2 \\ \circ B &= e_1 - e_2 \end{aligned} \Rightarrow A \wedge B = (e_1 + e_2) \wedge (e_1 - e_2) \\ = \underbrace{e_1 \wedge e_1}_{=0} - e_1 \wedge e_2 + e_2 \wedge e_1 - \underbrace{e_2 \wedge e_2}_{=0}$$

$$A \wedge B = -2e_1 \wedge e_2 \Leftrightarrow \begin{cases} e_1 \wedge e_1 = e_2 \wedge e_2 = 0 \\ e_1 \wedge e_2 = -e_2 \wedge e_1 \end{cases}$$

٣

$$\begin{aligned} \circ A \wedge B \wedge e_3 &= -2e_1 \wedge e_2 \wedge e_3 \\ &= -2 \left[\begin{matrix} a & b & c \\ e_1 & e_2 & e_3 \end{matrix} \otimes \begin{matrix} a & b & c \\ e_1 & e_2 & e_3 \end{matrix} \right] \\ &= -2 \left[\begin{matrix} a & b & c \\ e_1 & e_2 & e_3 \end{matrix} \otimes e_1 \otimes e_1 + \begin{matrix} a & b & c \\ e_1 & e_2 & e_3 \end{matrix} \otimes e_1 \otimes e_2 + \begin{matrix} a & b & c \\ e_1 & e_2 & e_3 \end{matrix} \otimes e_2 \otimes e_1 \right. \\ &\quad \left. - e_1 \otimes e_2 \otimes e_1 - e_1 \otimes e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1 \otimes e_1 \right] \end{aligned}$$

$$= -2(0) = 0$$

٤
٥ ملاحظة: عند كتابة التباديل نلاحظ أن التباديل (١٢) هو موجب
٦ = ١ ، التباديل (١٣) هو سالب ، التباديل (٢٣) هو سالب

٧

$$\circ (A \wedge B) \cdot e_3^* = (-2e_1 \wedge e_2) \cdot e_3^* \\ \text{إذا علينا تحويل الجداء الخارجي إلى تنسوري}$$

$$-2e_1 \wedge e_2 = -2(e_1 \otimes e_2 - e_2 \otimes e_1)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (A \wedge B) \cdot e_3^* &= (-2e_1 \otimes e_2 + 2e_2 \otimes e_1)(e_3^*) \\ &= \underbrace{2e_1 \otimes e_1}_{=0} - 2e_2 \otimes e_1 \cdot e_3^* = -2e_2 \end{aligned}$$

٨ ملاحظة: عند كتابة التباديل نلاحظ أن التباديل (١٢) هو موجب
٩ يوجد تردد شاسع بين التباديل من اليسار واليمين (الجدول التالي)

طاقة السريان $\vec{F} = (a-r) \frac{\vec{r}}{r}$ [1]

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$: P نقطة على السطح المادي

تأثير الطاقة الحركية $T = \frac{1}{2} m \vec{v}^2$

$\Rightarrow T = \frac{1}{2} m (x^2 + y^2 + z^2)$

تأثير الكمية V : نثبت من الدالة V بينة:

$\text{grad } V = -\vec{F} \Rightarrow \frac{dV}{dr} = -\vec{F}$

$\Rightarrow dV = -\vec{F} \cdot d\vec{r} = -(a-r) \frac{\vec{r}}{r} d\vec{r}$

$\Rightarrow dV = -(a-r) dr$

$\Rightarrow V = \frac{1}{2} (a-r)^2$: $a \in \mathbb{R}^+$

تأثير الفراغ $L = T - V$

$L = \frac{1}{2} m (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{2} (a-r)^2$

تحويل لورنتز [2]

الافتراض $q_1 = x$ $\&$ $p_1 = x'$
 $q_2 = y$ $p_2 = y'$
 $q_3 = z$ $p_3 = z'$

بالستويين

$X = \frac{\partial L}{\partial x} = m x' \Rightarrow x' = \frac{X}{m}$
 $Y = \frac{\partial L}{\partial y} = m y' \Rightarrow y' = \frac{Y}{m}$
 $Z = \frac{\partial L}{\partial z} = m z' \Rightarrow z' = \frac{Z}{m}$

ملاحظة من:

هذا الشرط هو أيضاً في تحويل لورنتز، رتب المشتقة بطرف والباقي بطرف...

تأثير هاميلتون:

$H = \left(\sum q_i p_i - L \right) \circ \mathcal{U}(p, q)$

$\Rightarrow H = \left[X x' + Y y' + Z z' - \frac{1}{2} m (x'^2 + y'^2 + z'^2) - \frac{1}{2} (a-r)^2 \right] \circ \mathcal{U}(x, y, z, X, Y, Z)$

الاسم ،

الرقم ،

ميكانيك تحليلي
رابعة رياضيات - ميكانيك
كانون ٢٠١٥

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول : $35 = 7 \times 5$

ليكن F, E فضاءين متجهيين، يملكان القاعدتين $f = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3, \bar{f}_4\}$ ، $e = \{\bar{e}_1, \bar{e}_2\}$ ، ولتكن ايضا $f^* = \{\bar{f}_1^*, \bar{f}_2^*, \bar{f}_3^*, \bar{f}_4^*\}$ و $e^* = \{\bar{e}_1^*, \bar{e}_2^*\}$ القاعدتين الثنويتين، في الفضاءين F^*, E^* .

لنضع : $\alpha = 7\bar{e}_1 - 5\bar{e}_2$ ، $\beta = 2\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2$ المطلوب :

١. اعط قاعدة للفضاء $F \wedge F \wedge F$ ،٢. اعط قاعدة للفضاء $F^* \otimes E$ ،٣. كم عدد أبعاد الفضاء $F \vee F$ ،٤. احسب الجداء التقليلسي $\alpha \cdot \beta$ ، (١-)٥. احسب $\alpha \otimes \alpha$ ،٦. حدد الفضاء $F \wedge F \wedge F \wedge F \wedge F$ ،٧. هل العبارة $\beta \cdot \beta$ معرفة.السؤال الثاني : $30 = 3 \times 10$

في جملة إحداثية عطالية متعامدة ونظامية $Oxyz$ ، تتحرك نقطة مادية $P(x, y, z)$ ، كتلتها واحدة، تحت تأثير القوة $\bar{F} = x\bar{i} + 2y\bar{j} + 3z\bar{k}$ ، وتخضع للقيدتين التاليين: $x = 0$ ، $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 1$. المطلوب :

١. حدد عدد درجات الحرية، ثم أوجد معادلات الحركة باستخدام طريقة مضارب لاغرانج.

٢. اعط تابع كمون V ، وتابع الطاقة الحركية T ، ثم تابع لاغرانج L ، بدلالة المتحول المعمم φ ، ومشتقاته بالنسبة للزمن،حيث $2y = \cos \varphi$ ، $3z = \sin \varphi$ ٣. لنرمز لمرافق المتحول φ بالرمزين m ، أوجد تحويل لوجندر، واكتب تابع هملتون.السؤال الثالث : $35 = 7 \times 5$

أجب بصح أو خطأ (فقط) عما يلي :

١. القيد المثالي قد يقدم رد فعل،

٢. التكامل الأولي هو دالة ثابتة على الفضاء الطوري،

٣. تابع هملتون يساوي تابع لاغرانج،

٤. الجسم الصلب هو مجموعة من النقط المادية الطليقة،

٥. تملك النقطة المادية الطليقة ستة درجات حرية،

٦. المعادلة الأساسية في التحريك خالية من ردود الأفعال،

٧. إذا كانت F تكاملا أوليا، وكانت $F + G$ تكاملا أوليا، تكون G تكاملا أوليا.

د. خالد العبدالله مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق